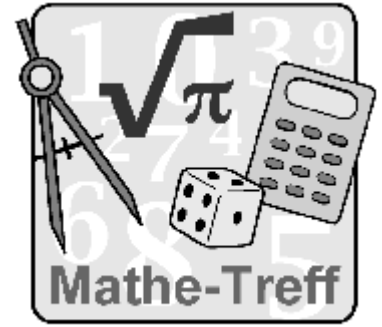


**Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Oberstufe
Januar-Februar 2004**



Aufgabe 1

Bänder

Führt man n Halbdrehungen vor dem Verkleben durch, so ergibt sich für t Teile:

- Ist n gerade, gibt es t Bänder mit n Halbdrehungen.
- Ist n ungerade und t gerade, dann erhält man $t/2$ doppelt so lange Bänder mit $2n+2$ Halbdrehungen.
- Ist n ungerade und t ungerade, dann erhält man $t-1/2$ doppelt so lange Bänder mit $2n+2$ Halbdrehungen und ein Original.

180° -Bänder heißen Möbiusbänder.

Torus: Es wird die obere Seite eines Rechtecks mit der unteren und die rechte mit der linken Seite verklebt. Ein Torus hat das Aussehen eines Rettungsringes.

Klein'sche Flasche: Es wird die rechte Seite eines Rechtecks mit der linken Seite normal verklebt und die obere mit der unteren nach einer Drehung.

Kreuzhaube: Wenn bei der Klein'schen Flasche sowohl oben und unten als auch links und rechts vor dem Verkleben verdreht werden, ergibt es eine Kreuzhaube.

Aufgabe 2

Ballonumrundung

a. maximaler Weg = $\pi \cdot 10 \text{ cm}$, Zeit = $\pi \cdot 10 \text{ cm} / (1 \text{ cm/s}) = 10 \cdot \pi$ Sekunden.

b.

I. Es sei t die Anzahl der Sekunden, die der Käfer schon unterwegs ist. Bei gleichmäßiger Vergrößerung hat der Ballon zum Zeitpunkt t einen Umfang von

$$u(t+1) = u(t) + 10 \text{ cm}$$

$$0 \leq t \leq 60 \text{ s}$$

Der Umfang nach den 60 s beträgt dann

$$10\pi \text{ cm} + 600 \text{ cm} \approx 631,4 \text{ cm}.$$

Die Spinne benötigt etwa 631 Sekunden.

II. Die Bahn ist in den ersten 60 Sekunden eine Spirale, anschließend ein Kreisbogen.

Aufgabe 3

Kevins Geraden

Gegeben ist die nebenstehende Skizze.

1. Um die Strecke \overline{AB} gemäß der Aufgabe halbieren zu können, muss eine Gerade i , die durch die Punkte F und G führt so eingezeichnet werden.

dass sie zur Strecke \overline{DE} parallel verläuft.

Den Punkt D erhält man als Schnittpunkt der Geraden k mit der oberen Heftseite. Den Punkt E erhält man als Schnittpunkt der Geraden h mit der oberen Heftseite.

Somit verläuft sie auch zur Strecke \overline{AB} parallel. (Siehe Voraussetzung, gegenüberliegende Heftseiten sind parallel.)

2. Man halbiert die Strecke \overline{DE} und die Strecke \overline{FG} . Man erhält die Punkte X und Y .

Durch diese beiden Punkte zeichnet man die Gerade j . Die Gerade j schneidet die Gerade g genau im Mittelpunkt der Strecke \overline{AB} .

Begründung: einfache Anwendung des Strahlensatzes, bzw. Eigenschaften der Seitenhalbierende.

