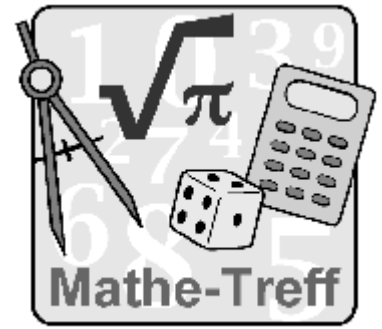


**Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 5 und 6**  
**Januar – März 2004**



**Aufgabe 1**

Aufg. 1.a)b) wie Stufe 9/10 1.a)b)

1.c)  $wxy \cdot z = zyx \cdot w$

Wegen der dreistelligen Zahlen kann vorausgesetzt werden, dass die Hunderterziffern von 0 verschieden sind. Weil aber keine Einschränkungen gemacht wurden, sind zunächst triviale Lösungen möglich mit

i)  $w=x=y=z$  für  $z=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$  oder  $9$

ii)  $w=z$  und  $x=y=0$ .

iii) Das Beispiel  $424 \cdot 7 = 742 \cdot 4$  zeigt, dass es auch eine nicht-triviale Lösung gibt. Gibt es evtl. weitere Lösungen? Das soll im Folgenden untersucht werden:

iv) Der Wert der Dezimalzahlen in der zu untersuchenden Gleichung liefert

$$(100w + 10x + y) \cdot z = (100z + 10y + x) \cdot w$$

$$\Leftrightarrow 100w \cdot z + (10x + y) \cdot z = 100z \cdot w + (10y + x) \cdot w$$

$$\Leftrightarrow (10x + y) \cdot z = (10y + x) \cdot w$$

Aus der Gültigkeit der Gleichung (siehe iii) Es existiert eine nicht-triviale Lösung!) kann gefolgert werden, dass  $w$  ein Teiler von  $(10x+y)$  wie auch  $z$  ein Teiler von  $(10y+x)$  sein muss. D.H. es existiert ein natürlicher Faktor  $f > 0$ , mit dem die gegebene Gleichung in der Form

$$(w \cdot f) \cdot z = (f \cdot z) \cdot w$$

geschrieben werden kann. Hierfür soll mit Fallunterscheidungen weiter nach Lösungen (einstellige Ziffernfaktoren !) gesucht werden:

	w	f	wf=(10x+y)	fz=(10y+x)	z	Kommentar
1	1	1	01	10	>9	Es gibt keine Lösung.(auch für f=2,3,4,5 nicht).
2	1	6	06=1*6	60=6*10	>9	Keine Lösung(en für weitere)
3	2	6	12=2*6	21=6*?	-	3,5 ist keine natürliche Zahl.
4	2	7	14	41	-	Weder wf noch fz dürfen prim sein.
5	2	8	16	61	-	Prim
6	2	9	18=2*9	81=9*9	9	218*9=981*2 <b>Lösung !</b>
7	3	4	12=3*4	21=4*?	-	Keine natürliche Zahl für z.
8	3	5	15=3*5	51=5*?	-	Keine natürliche Zahl für z.
9	3	6	18	81=6*?	-	Keine natürliche Zahl für z.
10	3	7	21=3*7	12=7*?	-	Keine natürliche Zahl für z.
11	3	9	27=3*9	72=9*8	8	327*8=872*3 <b>Lösung!</b>
12	4	3	12=4*3	21=3*7	7	412*7=721*4 <b>Lösung !</b>
13	4	4	16	61	-	Prim

1 4	4	6	$24=4*6$	$42=6*7$	7	$424*7=742*4$ Lösung mit teils gleichen Ziffern
1 5	4	7	$28=4*7$	$82=7*?$	-	Keine natürliche Zahl für z.
1 6	4	8	32	23	-	Prim
1 7	4	9	$36=4*9$	$63=9*7$	7	$436*7=763*4$ Lösung !
1 8	5	3	$15=5*3$	$51=3*17$	-	Primfaktor $17 > 9$
1 9	5	5	$25=5*5$	$52=4*13$	-	kein gemeinsamer Faktor f
2 0	5	7	35	53	-	Prim
2 1	5	9	45	54	6	$545*6=654*5$ Lösung mit teils gleichen Ziffern
2 2	6	7	$42=6*7$	$24=7*?$	-	Keine natürliche Zahl für z.
2 3	6	8	$48=6*8$	$84=8*?$	-	$>9$ bzw. keine natürliche Zahl für z.
2 4	6	9	$54=6*9$	$45=9*5$	5	$654*5=545*6$ siehe Zeile 21 !
2 5	Es folgen Wiederholungen durch Vertauschen der Spalten für w bzw. z.					

## Aufgabe 2

wie 9/10 Aufg.2

## Aufgabe 3

wie 9/10 Aufg 3