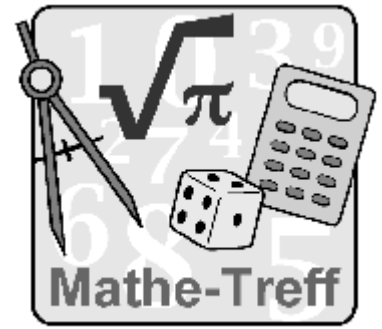


Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 7 und 8
September-Oktober 2004



Aufgabe 1

Ein genialer Fehler

Allgemein: $\frac{10x+y}{10y+z}$ mit $x, y, z \in \mathbb{N}$ und $1 < x < 9$; $1 < y < 9$; $1 < z < 9$.

Das Streichen der beiden Ziffern im Zähler und Nenner bedeutet: $\frac{10x+y}{10y+z} = \frac{x}{y}$

$$\Rightarrow 9xz = y(10x-z) \quad (*)$$

\Rightarrow rechte Seite durch 9 teilbar

$\Rightarrow y$ oder $(10-z)$ durch 9 oder beides durch 3 teilbar

$y = 3$ oder $y = 6$ oder $y = 9$

Für $y=3$ gilt $z = \frac{10}{3 + \frac{1}{x}}$, Gleichung hat nur für $x=3$ ganzzahlige positive Lösung

$z=3 \Rightarrow x=y=z=3$ trivial.

Für $y=6$ gilt $z = \frac{20}{3 + \frac{2}{x}}$, mit $x=1$ gilt $z=4$; mit $x=2$ gilt $z=5$, mit $x=6$ gilt $\Rightarrow x=y=z=6$ trivial.

Für $y=9$ gilt $z = \frac{10}{1 + \frac{1}{x}}$, für $x=1$ gilt $z=5$; mit $x=4$ gilt $z=8$.

Falls $(10x-z)$ durch 9 teilbar

$\Rightarrow (10x-z)$ Vielfaches von 9; nur für $x=z$ möglich \Rightarrow mit $(*)$ $x=y=z$ trivial

also $\frac{19}{95}, \frac{26}{65}, \frac{49}{98}$ und $\frac{16}{64}$ mit ihren reziproken Werten $\frac{95}{19}, \frac{65}{26}, \frac{98}{49}$ und $\frac{64}{16}$

Aufgabe 2

Schwimmbadvergnügen

Mit A wird der Flächeninhalt des regelmäßigen Zwölfecks bezeichnet. Weiterhin ist M der Mittelpunkt des Umkreises des Zwölfecks. Dann ist der Flächeninhalt A_D des Dreiecks

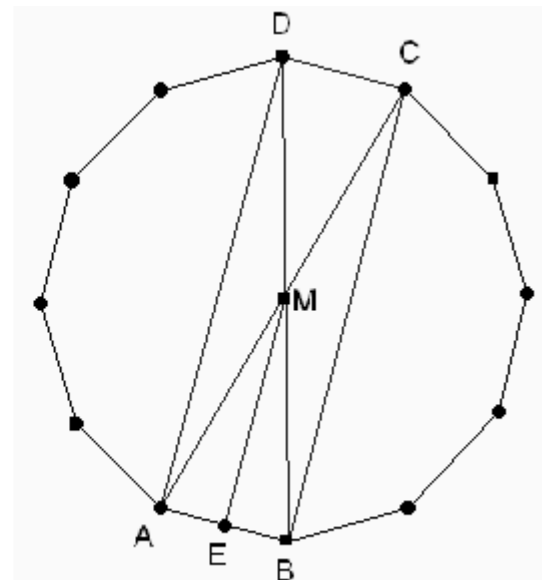
MAB gleich $\frac{A}{12}$, weil man das Zwölfeck in 12 zueinander

kongruente Dreiecke zerlegen kann, welche ihre Spitze in M haben. Für den Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$ gilt:

$$A_R = \overline{AB} \cdot \overline{AD} = \overline{AB} \cdot 2\overline{ME} = 4 \cdot \frac{\overline{AB} \cdot \overline{ME}}{2} = 4 \cdot A_D = 4 \cdot \frac{A}{12} = \frac{A}{3}$$

Damit haben alle drei Teilfiguren den gleichen Flächeninhalt,

$$\frac{A}{3}$$



Aufgabe 3

Wandertag

Die Klasse sagt: "Wie werden ins Museum gehen." Jetzt weiß der Klassenlehrer nicht, was er machen soll. Wenn er mit der Klasse wirklich ins Museum geht, so haben die Schüler die Wahrheit gesagt. Also müssen sie eine Wanderung machen. Dann aber ist die Aussage der Schüler eine Lüge. Demzufolge müssen sie ins Museum gehen.