

**Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 7 und 8  
November-Dezember 2004**



**Aufgabe 1**

Das Verfahren ist geregelt nach DIN 1462 (erfahrbar über „ISBN“ im Internet).

ISBN 3-06-001?26-3

Ziffernfolge	3	0	6	0	0	1	?	2	6
Faktor	10	9	8	7	6	5	4	3	2
Produkt	30	0	48	0	0	5	4*?	6	12

Die Summe der Produkte ist  $101 + 4*?$ . Die Prüzfiffer 3 gibt an, dass sie addiert werden muss um ein Vielfaches von 11 zu erhalten, also  $104 + 4*?$ . Die nächsten Vielfachen von 11 sind 110, 121, 132; andere Vielfache entfallen, weil die Summe für  $?=9$  am größten ist und kleiner als 143 bleibt. Von den Differenzen  $110-104$ ,  $121-104$  und  $132-104$  ist nur die letzte ein Vielfaches von 4: Das liefert  $? = 7$ .

**Aufgabe 2**

a): Es geht um das Zeichnen der Sterne als Streckenzüge - ohne doppelte Verwendung einer Strecke. Beispiele:

- zu a) Fünfsack: 1-7-8-3-9-10-5-6-7-2-8-9-4-1 oder 1-6-5-10-4-9-3-8-2-7-6-10-9-8-7-1 oder 1-6-10-5-6-7-2-8-3-9-4-10-9-8-7-1,
- zu b) Sechszack: A-L-J-I-H-F-E-D-B-L-K-J-H-G-F-D-B-B-A oder A-L-K-J-I-H-G-F-E-D-C-B-L-J-H-F-D-B-A oder einen dieser Wege rückwärts,
- zu c) Siebenzack: 1-9-c-d-11-4-12-f-g-14-7-8-b-c-10-3-11-e-f-13-6-14-a-b-9-2-10-d-e-12-5-13-g-a-8-1 oder 1-9-c-b-9-2-10-d-c-10-3-11-e-d-11-4-12-f-e-12-5-13-g-f-13-6-14-a-g-14-7-8-b-a-8-1 oder einen dieser Wege rückwärts. (Es gibt viele andere Möglichkeiten!)

b) Das Winkelmaß  $60^\circ$  an der Spitze des Sechszacks darf als bekannt angenommen werden. Nun zum Fünfsack: Verbinden wir den Mittelpunkt M mit den Punkten 6, 7, 8, 9, 10 durch Strecken, dann hat der Winkel  $(6,M,7)$  als Maß ein Fünftel des Vollwinkels ( $72^\circ$ ). Das gleichschenklige Dreieck 67M (wie auch seine Nachbardreiecke um M) hat  $54^\circ$  große Basiswinkel, dann bleiben für die Basiswinkel des gleichschenkligen Dreiecks 176 jeweils  $72^\circ$ , folglich für den Winkel bei 1 genau  $36^\circ$ . –

Mit dem Umfangs- bzw. Peripheriewinkelsatz geht es schneller zum Ziel: Über dem Bogen von 3 bis 4 ist der Mittelpunktswinkel  $72^\circ$  groß, der Umfangs- bzw. Peripheriewinkel bei 1 ist halb so groß.

Nun zum Siebenzack: Verbinden wir den Mittelpunkt M mit den Punkten 3 und 4 durch Strecken, dann hat der Mittelpunktswinkel  $(4,M,3)$  als Maß ein Siebtel des Vollwinkels ( $360^\circ:7$ ), der Umfangs- bzw. Peripheriewinkel bei 1 ist halb so groß, also  $180^\circ:7 = 25^\circ+5^\circ:7$ .

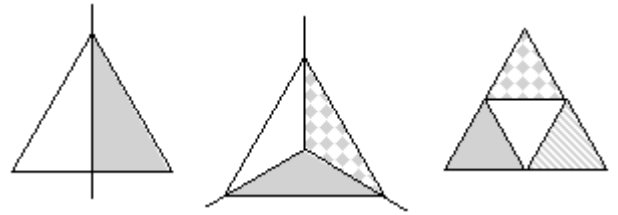
### Aufgabe 3

zu a) Man erhält zwei gleiche große Teilflächen, indem man von einem Eckpunkt eine Strecke zur Mitte der gegenüberliegenden Seite zeichnet. Man bekommt drei gleich große Teilflächen, wenn man von dem „Mittelpunkt“ des Dreiecks je eine Strecke bis zu den Eckpunkten des Dreiecks zeichnet. Eine Einteilung in vier gleich große Flächen erhält man, wenn man z.B. die Mittelpunkte der Seiten durch Strecken verbindet.

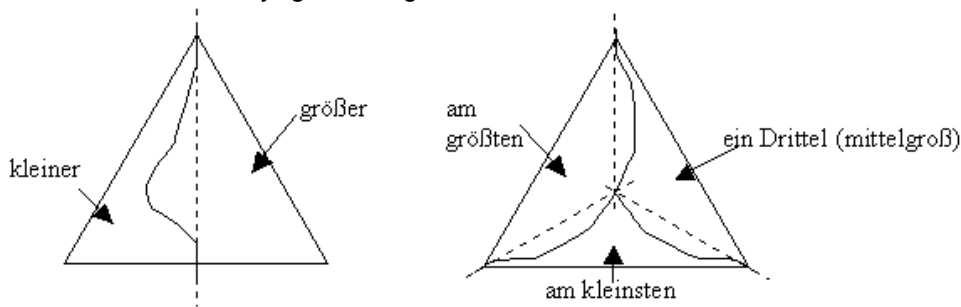
Zu b) Man erhält mit der Drittelung nach a) auch drei umfangsgleiche Teildreiecke. Das sind dann allerdings Grundstücke, für die die gleiche Pacht zu zahlen wäre; die Forderung nach unterschiedlicher Grundstücksgröße beachtend könnte man die erwähnten Strecken vom Mittelpunkt aus durch gleichartige, gleichgroße Bögen ersetzen, so dass beim größten Grundstück zwei Kreisabschnitte dazu kämen, beim mittleren würde es sich ausgleichen durch Wegnehmen und Hinzufügen, beim kleinsten würden zwei Kreisabschnitte von der Dreiecksfläche den Nachbargrundstücken hinzugefügt werden.

Zeichnerische Lösungen könnten (auch) so aussehen (nach Alexander Sch. (Klasse 6) aus Bergisch-Gladbach):

Teilung des gleichseitigen Dreiecks in 2, 3 bzw. 4 gleiche Teile:  
 durch eine Gerade, die durch eine Spitze und die Mitte der gegenüberliegenden Seite geht,  
 durch drei solche Geraden, die jeweils nur bis zum Mittelpunkt gezeichnet werden,  
 durch 4 Dreiecke, die entstehen, wenn man die Mittelpunkte der Seiten miteinander verbindet.



b) Teilung des gleichseitigen Dreiecks in 2 bzw. 3 Teile mit unterschiedlicher Fläche (d.h. unterschiedlicher Pacht), aber gleichem Umfang (d.h. gleicher Arbeit an der Hecke): Beim Teilen in 2 Teile muss die Teilungslinie durch eine Spitze und die Mitte der gegenüberliegenden Seite gehen. Innen im Dreieck kann sie beliebig krumm verlaufen, denn beide Seiten der krummen Linie sind ja gleich lang.



Beim Teilen in drei Teile müssen die drei krummen Linien alle gleich sein (ich habe sie zum Zeichnen dreimal kopiert) und jeweils durch eine Ecke und zum Mittelpunkt des Dreiecks gehen. Wie die Krümmung genau verläuft, beeinflusst nur die genaue Fläche der Teilstücke (also die Pacht) und die Länge der inneren Heckenteile

(also die Menge der Arbeit), aber nicht das allgemeine Ergebnis. Das kleinste Stück ist auf zwei Seiten „ingedellt“, das mittlere ist auf einer Seite „ingedellt“ und auf der anderen entsprechend „ausgedellt“ (also genau  $\frac{1}{3}$  der Gesamtfläche groß), und das größte Stück ist auf beiden kurvigen Seiten „ausgedellt“. Jedes Stück hat als Seiten eine Dreieckskante (Außengrenze) und 2 (gleiche) Kurven. Also haben alle Stücke den gleichen Umfang.

bzw. Michael Sch. (Klasse 7) aus Karlsruhe):

