

Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 7 und 8
April – Mai 2005



Aufgabe 1

Aprilwetter

Drei von mehreren möglichen Lösungen sind:

$$\begin{array}{r r r r r} \text{REGEN} & + & \text{SONNE} & = & \text{APRIL} \\ 16268 & + & 73886 & = & 90154 \\ 23437 & + & 65773 & = & 89210 \\ 24546 & + & 73664 & = & 98210 \end{array}$$

$N + E \geq 10, N \neq 0, E \neq 0$ wegen $l \neq l$

Daher gilt auch: $L+1 = l$

Daher gibt es (mindestens) Überträge in die Zehner- und Hunderterspalte;

$N \neq 9$ oder $E \neq 9$, da sonst $l=E$ bzw. $l=N$;

$N \neq 1$ oder $E \neq 1$, da sonst E bzw. $N=9$ sein müsste, um den Übertrag in die Zehnerspalte zu erreichen.

Also gilt $2 \leq \{N, E\} \leq 8$.

$A \neq 0$;

$R \neq 0$ und $S \neq 0$ wegen $A \neq S$ und $A \neq R$;

$R \leq 8$ bzw. $S \leq 8$ und $R+S < 10$, da und sonst A zweistellig sein würde.

Aufgabe 2

Urkunden

- a: die Anzahl der Urkunden von Julia;
- b: die Anzahl der Urkunden von Juliette;
- c: Anzahl der Urkunden von Juliane;
- d: Anzahl der Urkunden von Henriette;

Es gilt:

- (1) $a \neq b \neq c \neq d$
- (2) $b + d = a + c$
- (3) $c < a$
- (4) $a + d < b + c$
- (5) $b = 3$

(5) in (4): $a + d < 3 + c$ (6)

(5) in (2): $3 + d = a + c$ (7)

aus (7): $d = a + c - 3$;

in (6): $a + (a + c - 3) < 3 + c$

daraus folgt: $2a < 6, a < 3$; also $a \in \{0, 1, 2\}$;

$a = 0$ nicht möglich wegen (3);

$a = 1$ und damit $c = 0$ wegen (3), aber nach (7) $3 + d = 1 + 0$ nicht möglich;

$a = 2$ und $c = 0$ oder $c = 1$; $a = 2$ und $c = 0$, aber nach (7) $3 + d = 2 + 0$ nicht möglich;

$a = 2$ und $c = 1$ in (7): $d = 2 + 1 - 3$ also $d = 0$ möglich; (nach (2) $3 + d = 2 + 1$).

Juliane hat also eine ($c = 1$), Julia zwei ($a = 2$), Juliette drei ($b = 3$) und Henriette keine ($d = 0$) Urkunde bekommen.

Aufgabe 3

Magische Zahlen

x: die von Tim gedachte Zahl

$$[[[x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) + (x + 5) + (x + 6)] : 7] * 100] + 8$$

$$= [[[7 x + 21] : 7] * 100] + 8$$

$$= [[x + 3] * 100] + 8$$

$$= [100 x + 300] + 8$$

$$= 100 x + 308$$

Miriam subtrahiert vom genannten Ergebnis 308 und dividiert die Differenz durch 100, um die gedachte Zahl zu erhalten.

Mathematischer Zaubertrick siehe Lösung von Aufgabe 2 Klasse 5/6:

Miriam rechnet:

$$[[(x * 10) + 4] * 2 + 12] * 5 = 100 x + 100$$

Das genannte Ergebnis E ist also: $E = 100 x + 100$, daraus folgt:

$$x = (E : 100) - 1$$

Sie dividiert das genannte Ergebnis durch 100 und subtrahiert vom Quotienten 1. Sie kann auch vom genannten Ergebnis 100 subtrahieren und die Differenz durch 100 dividieren, um die gedachte Zahl zu erhalten.

(Diese Aufgabe lässt sich auch durch Rückwärtsrechnen erklären.)

Eine Möglichkeit für einen selbst ausgedachten mathematischen Zaubertrick:

„Denk' dir eine Zahl. Addiere 5, multipliziere das Ergebnis mit 8. Dann subtrahiere 20 und addiere das Doppelte deiner gedachten Zahl. Dividiere das Ergebnis durch 2 und subtrahiere vom Quotienten 10. Das Ergebnis musst du noch mit 20 multiplizieren.“

$$[[(x + 5) * 8 - 20 + 2 x] : 2 - 10] * 20 = 100 x$$

Die gedachte Zahl wird durch Division durch 100 erhalten.