

Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 7 und 8 Juni-August 2005



Aufgabe 1

Bergwandern

(M.Sch. aus Karlsruhe schreibt:)

Mit seiner Geschwindigkeit würde er für einen Kilometer rauf und einen

Kilometer runter $\frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ Stunden brauchen. Das sind insgesamt 20

Minuten. Also braucht Hans für 3km rauf und 3km runter 1 Stunde. Er hat also eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 6km/h.

Anderer Lösungsweg: Hans braucht bergauf für die gleiche Strecke dreimal so lange wie bergab.

Also braucht er für die Strecke bergauf und bergab $\frac{4}{3}$ -mal so lange wie nur bergauf. Damit braucht er durchschnittlich für eine Strecke $\frac{4}{6}$ -mal so lange wie nur bergauf und ist damit im Durchschnitt $\frac{6}{4}$ -mal so schnell wie nur bergauf. $4\text{km/h} : 4 \cdot \frac{6}{4} = 6 \text{ km/h}$. Also hat Kirsten Recht.

Aufgabe 2

Gerechtes Teilen

(A. Sch. aus Bergisch-Gladbach schreibt:)

Die Kinder meckern, wenn sie zu wenig bekommen. Bei 2 Kindern ist das „gerechte Teilen“ einfach: Einer schneidet und der andere darf auswählen. Das klappt 100%ig und gibt nie Ärger – so machen wir das immer.

Zu viert könnte man das ähnlich machen: Man bildet 2 Gruppen (zur Not auslosen), eine Gruppe schneidet einmal durch, die andere wählt „ihre“ Hälfte. Dann muss jede Gruppe „ihre“ Hälfte noch einmal so teilen wie beim ersten Fall.

Zu dritt schlage ich Folgendes vor: Zwei teilen zusammen den Kuchen in drei Teile, die sie für gerecht halten. Der Dritte darf sich sein Teil aussuchen.

Es könnte sein, dass sich die zwei nicht einigen können, wie sie schneiden sollen, das also dieses Verfahren nicht geht. Für diesen Fall habe ich in den "Mathematischen Unterhaltungen" aus "Spektrum der Wissenschaft, Dezember 1996 folgende Lösung gefunden:

1. Der Erste schneidet den Kuchen in drei Teile, die er für fair hält.
 2. Der Zweite kann aussetzen, wenn er mindestens zwei Teile für fair hält (dann weiter in Schritt 3a), oder 2 Stücke als zu klein geraten kennzeichnen (dann weiter in Schritt 3b).
- 3a) 1. Wenn der Zweite ausgesetzt hat, darf sich der Dritte ein Stück nehmen (er kann nicht meckern, denn er hat ja die freie Auswahl).
2. Danach nimmt sich der Zweite ein Stück (er kann nicht meckern, da mindestens eins der zwei von ihm für fair gehaltenen Stücke noch da sein muss).
3. Jetzt nimmt sich der Erste das letzte Stück (er kann nicht meckern, da er selber geteilt hat).
- 3b) 1. Wenn der Zweite in Schritt 2 zwei Stücke gekennzeichnet hat, kann der Dritte wählen zwischen Aussetzen (wenn er mindestens 2 Stücke für fair hält, dann weiter in 3b.2.) oder ebenfalls 2 Stücke als unfair kennzeichnen (dann weiter in 3c).
2. Falls der Dritte ausgesetzt hat, darf der 2. ein Stück nehmen (er kann nicht meckern, denn mindestens ein Stück hielt er ja für fair), danach der Dritte (der kann nicht meckern, denn er hielt noch mindestens 1 der beiden restlichen Stücke für fair), danach der Erste (da er geschnitten hat, kann er sich nicht beklagen).
- 3c) Falls der Dritte ebenfalls 2 Stücke als unfair markiert hat, muss es mindestens 1 Stück geben, das sowohl der Zweite als auch der Dritte für unfair halten. Dieses Stück bekommt der, der geschnitten hat (der kann sich nicht beklagen, er hätte ja besser schneiden können). Die anderen beiden Stücke werden zusammengelegt und der Zweite und der Dritte teilen sie unter sich auf, wie wenn es ein intakter Kuchen wäre (einer schneidet, der andere wählt).

Aufgabe 3

Ohrringe

- a) Im ungünstigsten Fall hat sie zuerst zwei unterschiedliche Ohrringe gegriffen. Der dritte passt mit Sicherheit zu einem der beiden.
- b) Es könnte passieren, dass sie unter den ersten 14 alle 14 silbernen erwischt hat. Also muss sie 16 Ohrringe greifen, damit sie mit Sicherheit ein Paar goldene Ohrringe in der Hand hat.