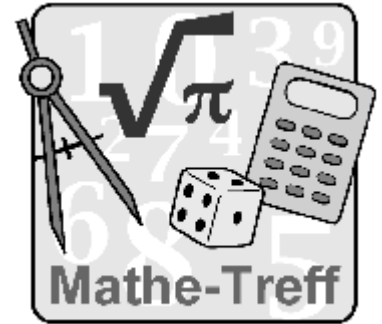


Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 9 und 10 Juni-August 2005



Aufgabe 1

Altersrätsel

a) Vereinbarung: Armin sei a Jahre alt und Beate b Jahre; der Altersunterschied ist konstant $k=b-a$, $a < b$.

Im Jahre V waren Beate $3k$ Jahre und Armin $2k$ Jahre alt.

$$3k = \frac{3}{4}a \Leftrightarrow 3b - 3a = \frac{3}{4}a \Leftrightarrow 4b = 5a \Leftrightarrow b = \frac{5}{4}a$$

Im Jahre W war Beate $(2k+3)$ Jahre alt und Armin war $(2k+3)-k=k+3$ Jahre alt..

Im Jahre X war Beate $2k+6$ J. und Armin $k+6$ J. alt.

Im aktuellen Jahre gilt

$$b = 2(k+6) \Leftrightarrow b = 2(b-a)+12 \Leftrightarrow b - 2a + 12 = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a - 2a + 12 = 0 \Leftrightarrow a = 16$$

$b=20$. Beate ist heute 20, Armin 16 Jahre alt.

b) (tabellarisch)

| Jahr | Alter Armin | Alter Beate |
|-------|-------------|-------------|
| heute | 16 | 20 |
| V | 8 | 12 |
| W | 7 | 11 |
| X | 10 | 14 |
| Y | 32 | 36=20+16 |
| Z | 60 | 64=32 2 |

Aufgabe 2

Socken im Dunkeln

- Im ungünstigsten Fall nimmt er zuerst drei Socken mit verschiedenen Farben. Die vierte Socke passt zu einer der drei anderen.
- Im ungünstigsten Fall nimmt er zuerst die 14 roten oder weißen Socken; dann ergreift er mit Sicherheit als 15. und 16. Socken mit schwarzer Farbe. Er muss also 16 Socken im Dunkeln nehmen, um ein Paar schwarze zu erwischen.

Aufgabe 3

Geburtstagsquartal

Der Sachverhalt „mindestens zwei haben im gleichen Quartal Geburtstag“ bedeutet für die zweite Person: Mit 25%-Wahrscheinlichkeit fällt ihr „Geburtstagsquartal“ mit dem der ersten Person zusammen. Bei drei Personen bedeutet der Sachverhalt (anders formuliert) „es sollen nicht alle drei in verschiedenen Quartalen Geburtstag haben“. Die Wahrscheinlichkeit p ist

$$p = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{5}{8} > 50\%$$

(M.S. aus K, Stufe 7 schreibt:)

Es gibt 4 Quartale. Also ist die Wahrscheinlichkeit, dass Armin und Beate im gleichen Quartal Geburtstag haben 25%. Von den anderen 75% hat in der Hälfte, also 37,5%, Celina im gleichen Quartal wie einer der beiden Anderen Geburtstag. Das sind zusammen 62,5%, also schon mehr als 50%. Es muss somit niemand mehr kommen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass zwei von ihnen im gleichen Quartal Geburtstag haben, größer als 50% ist.