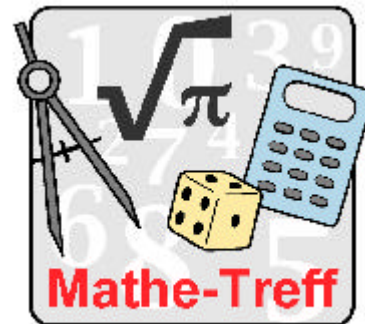


Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Gymnasiale Oberstufe Januar – Februar 2007



Aufgabe 1

Zum Jahresanfang

Eine mögliche Lösung lautet:

$$(3+1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \{2+7+8-6\}) \cdot 9 = 2007$$

Aufgabe 2

Flächen und Dreiecke

Im Dreieck ABC gilt:

$$\cos 60^\circ = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}, \text{ also } a^2 + bc = b^2 + c^2. \quad (1)$$

Nun gilt:

$$A_1 + A_2 = \frac{1}{2} bcsin 60^\circ + \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{4} bc\sqrt{3} + \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3},$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{3}(a^2 + bc). \text{ Nach (1) gilt aber auch}$$

$$A_1 + A_2 = \frac{1}{4} \sqrt{3}(b^2 + c^2) \text{ und}$$

$$A_3 + A_4 = \frac{1}{4} \sqrt{3}(b^2 + c^2) \text{ und somit}$$

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4$$

Aufgabe 3

Schon wieder quadratische Funktionen

Es muss das Gleichungssystem

$$(1) f(p) = p^2 + pp + q = 0$$

$$(2) f(q) = q^2 + pq + q = 0$$

gelten.

Umformungen ergeben:

$$(1) 2p^2 + q = 0$$

$$(2) q(q+p+1) = 0$$

Hier führt eine Fallunterscheidung zum Ziel: 1. Fall $q = 0$ und 2. Fall $q \neq 0$.

1. Fall: $q = 0 \Rightarrow p = 0, f(x) = x^2$, Probe!

2. Fall: $q \neq 0 \Rightarrow q = -(p+1)$ aus (2)

$$\Rightarrow 2p^2 - p - 1 = 0 \quad L = \{(p|q) \text{ mit } (1|-2), (-0,5|-0,5)\}$$

also lauten die Lösungen insgesamt (Probe!)

$$f(x) = x^2 \text{ und } f(x) = x^2 + x - 2 \text{ und } f(x) = x^2 - 0,5x - 0,5$$