Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 7 und 8
Juni – August 2007

Aufgabe 1

Direktwahl der Schülervertretung

Offenbar reicht es bei dieser Wahl nicht aus, die meisten Stimmen für sich zu gewinnen (wie z.B. bei der Präsidentschaftswahl in Frankreich); vermutlich deshalb ist eine Stichwahl unter den beiden Kandidaten mit den meisten Stimmen im Gespräch.
Frieder interessiert die tatsächliche Anzahl abgegebener Stimmen, aus denen sich auch die relativen Anteile berechnen lassen.
Angenommen Antje habe x der 1238 Stimmen, dann haben Bruno (x-51), Charly (x-51-52) und Daniel (x-51-52-109) Stimmen.

$$x+(x-51)+(x-103)+(x-212)=1238$$
$$4\cdot x-366=1238$$
$$x=401$$

Kandidat/in	Stimmen	in ca. %
Antje	401	32,4
Bruno	350	28,3
Charly	298	24,1
Daniel	189	15,3
	1238	100,1

(Hinweis: Die Summe 100,1% ergibt sich durch Anwendung der Rundungsregel.)

(L.K. aus Mettmann schreibt:)
Ich bin von der Anzahl der Stimmen, die Antje bekommen hat, ausgegangen, welche ich mit x bezeichnete. Nun dachte ich mir, dass eigentlich jeder x Stimmen hat, lediglich werden dann einige Stimmen abgezogen. So stellte ich dann folgende Gleichung auf, die ich sogleich auflöste:
4x- (3*51+2*52+109) = 1238
4x- 366 = 1238
4x = 1604
x = 401
Also hat Antje 401 Stimmen, Bruno 401-51 = 350 Stimmen, Charly 350 – 52=298 Stimmen und Daniel 298-109 = 189 Stimmen.

Aufgabe 2

Leuchtturm „Roter Sand“

Der Leuchtturm „Roter Sand“ hat eine in Quellen nachzulesende Höhe von 52,2m insgesamt, davon 14m Fundament und 30,7m sichtbare Höhe bei Niedrigwasser.
Zu berechnen sind aber aus den Angaben folgenden Maße:
Wenn die Gesamthöhe mit x bezeichnet wird, dann gilt

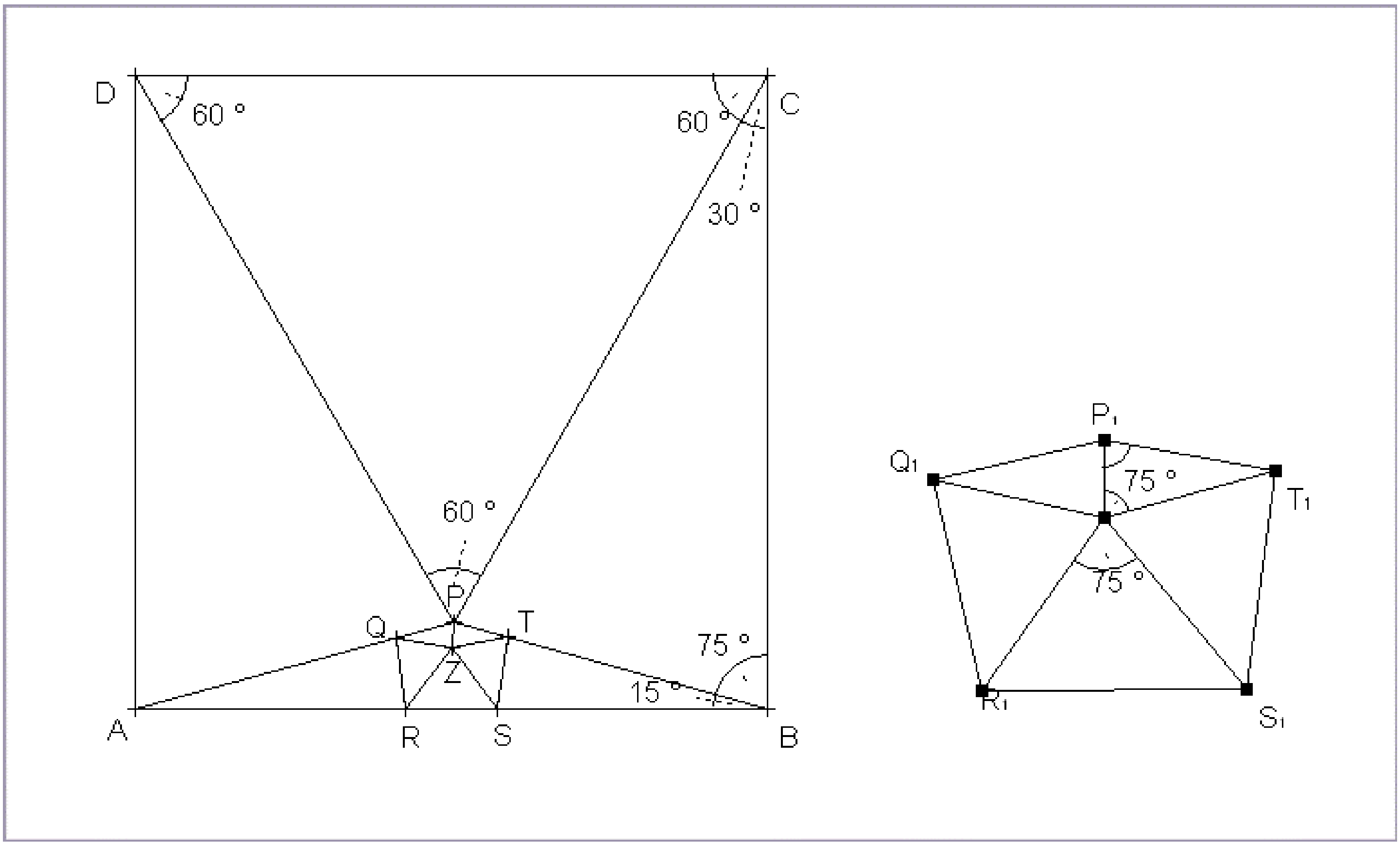
$$\tfrac{5}{18}x+720\text{cm}+\tfrac{7}{12}x=x$$
$$\Leftrightarrow \tfrac{5}{36}x=7{,}2\text{m} \Leftrightarrow x=51{,}84\text{m}$$

(Weil die Maße für diese Aufgabe geringfügig manipuliert wurden, ist…) die Gesamthöhe 51,84m, davon 14,4m Fundament, 30,24m sichtbar bei Niedrigwasserstand.

Aufgabe 3

Zerlegung eines Quadrats

Eine mögliche Zerlegung (von beliebig vielen) ist die abgebildete.



Anmerkungen: Die Zerlegungsfigur ist achsensymmetrisch (Achse PZ). Es wurde zuerst P festgelegt und mit den Eckpunkten des Quadrats durch Strecken verbunden. Dadurch entstanden das gleichseitige Dreieck PCD und die beiden gleichschenkligen Dreiecke PBC und APD mit je 75º großen Basiswinkeln. In das verbleibende stumpfwinklige Dreieck ABP wurde das Fünfeck PQRST so eingefügt, dass ARQ und SBT gleichschenklige Dreiecke mit je 82,5º großen Basiswinkeln eingezeichnet wurden. Die Basen QR und ST (bzgl. der Dreiecke ARQ und BTS) müssen dann so weit verschoben werden, dass sie (als Schenkel der Dreiecke STZ und QRZ) mit Z (im Innern von PQRST) gleichschenklige Dreiecke bilden mit 45º großen Winkeln in den Spitzen bei S bzw. R. Die Winkel (ZSR) und (SRZ) sind 52,5º große Basiswinkel von RSZ – der Winkel an der Spitze bei Z beträgt 75º. Die Dreiecke PZT und ZPQ sind den Dreieck PBC ähnlich, das heißt: Sie haben gleichgroße Winkel (Basiswinkel 75º und 30º große Winkel an den Spitzen bei Q bzw. T.

Der „Trick“ war, die Ecken zu dritteln, damit man von den gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken wegkommt.

$\alpha = 30°$

$\beta = 75°$

$\gamma = 60°$