# Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben
# Knobelaufgaben für die Klassen 7 und 8
# September –Oktober 2007

### Aufgabe 1

### Teilbarkeit

$$5781 = 5000 + 700 + 80 + 1$$
$$= 5\cdot 999 + 5 + 7\cdot 99 + 7 + 8\cdot 9 + 8 + 1$$
$$= (5\cdot 999 + 7\cdot 99 + 8\cdot 9) + (5 + 7 + 8 + 1)$$

Die erste Klammer ist immer durch 9 teilbar. Von der Summe der zweiten Klammer allein hängt die Teilbarkeit von 5781 durch 9 ab.

Das ist aber die Summe der Ziffern, also die Quersumme, von 5781.
Die Quersumme beträgt 21, 5781 ist somit n i c h t ein Vielfaches von 9.

### Aufgabe 2

### Zahnräder

1. Rad: 2250
2. Rad: 750
3. Rad 100

Bei gleichförmiger Bewegung durchlaufen die drei Räder folgende Anteile einer Drehung:

1. Rad: $\frac{1}{4}$
2. Rad: $\frac{1}{12}$
3. Rad: $\frac{1}{90}$

Dreht sich das zweite Rad $\frac{15}{8}$ Mal, so dreht sich das dritte Rad um 90°. Somit dreht bei einer Umdrehung von Rad zwei das Rad drei um $\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{15}=\frac{2}{15}$ Mal.

Für $\frac{1}{12}$ Umdrehung des Rades zwei folgt bei Rad drei: $\frac{2}{15}\cdot\frac{1}{12}=\frac{1}{90}$.

1. Lösung:

Dreht sich nun das dritte Rad 1 mal, geschieht das beim zweiten 7,5 mal und beim ersten 22,5 mal.

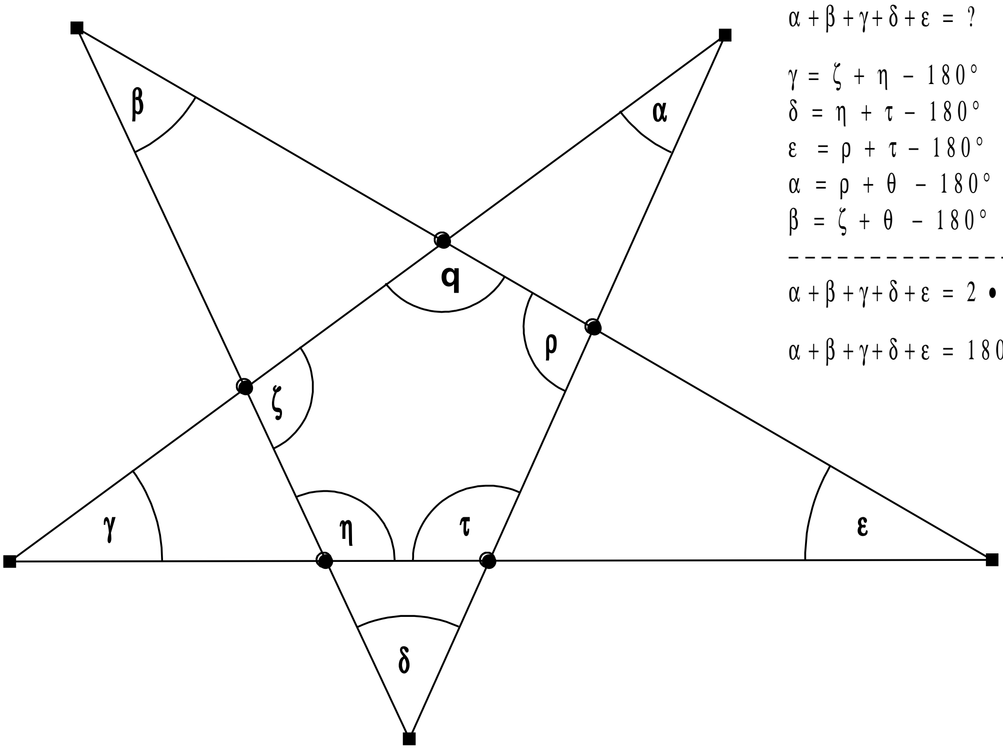
2. Lösung:

Da man $\frac{1}{90}$ mit 27000 multiplizieren muss, um 300 zu erhalten, folgt aus Gründen der Proportionalität:
Rad 1: 6750 Umdrehungen
Rad 2: 2250 Umdrehungen
Rad 3: 300 Umdrehungen

## Aufgabe 3

## Fünfstern

### Fünfstern




Die Winkelsumme in einem n - Eck beträgt: (n - 2) · 180°

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon = ?$$

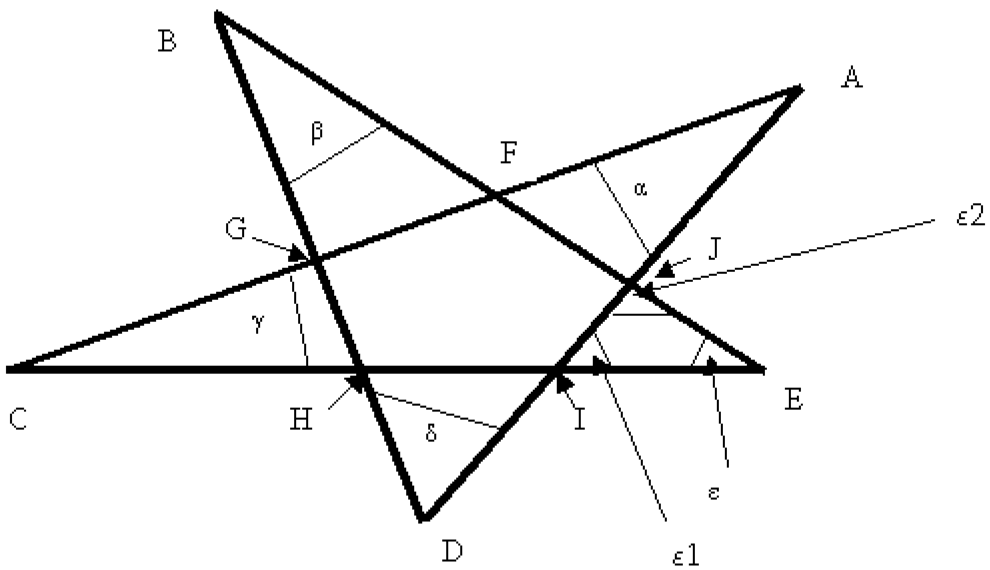
$$\gamma = \zeta + \eta - 180°$$
$$\delta = \eta + \tau - 180°$$
$$\varepsilon = \rho + \tau - 180°$$
$$\alpha = \rho + \theta - 180°$$
$$\beta = \zeta + \theta - 180°$$

---

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon = 2 \bullet 3 \bullet 180° - 5 \bullet 180°$$

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon = 180°$$

Lösung zu Aufgabe 3 von Reuben Cale:




Rechnung: 29,5° ($\alpha$) + 35° ($\beta$) + 33° ($\gamma$) + 52,5° ($\delta$) + 30° ($\varepsilon$) = 180°

**Behauptung:** Jeder 5-Stern hat eine Winkelsumme von 180°

Um den Beweis zu führen, nehme ich das Dreick IAJ mit den Eckpunkten $\varepsilon$, $\varepsilon 1$ und $\varepsilon 2$, da ein Dreieck auch die Winkelsumme (der Innenwinkel ) 180° hat.

Wir wissen über Dreiecke folgende Sätze:

1.Innenwinkelsatz (IWS): $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

2.Außenwinkelsatz (AWS): $\alpha + \beta = \gamma_{außen}$ (Außenwinkel)

**Beweis:** $\varepsilon + \varepsilon 1 + \varepsilon 2 = 180°$

Jetzt ordne ich den anderen zwei Winkeln die fehlenden Winkel des Fünfecks zu, und zwar mithilfe der Dreiecke BDJ und CIA und des AWS:

$\varepsilon 1 = \alpha + \gamma$ (AWS des Dreiecks CIA)

$\varepsilon 2 = \beta + \delta$ (AWS des Dreiecks BDJ)

$\Rightarrow$ $\varepsilon + \varepsilon 1(\alpha + \gamma) + \varepsilon 2(\beta + \delta) = 180°$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 180°$

Die Winkelsumme in einem 5-Stern beträgt immer 180° w.z.b.w.