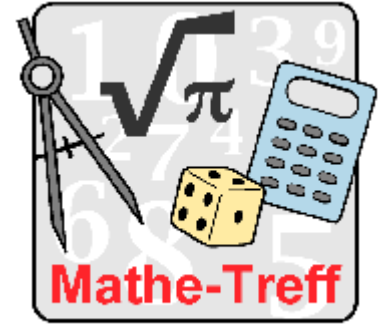
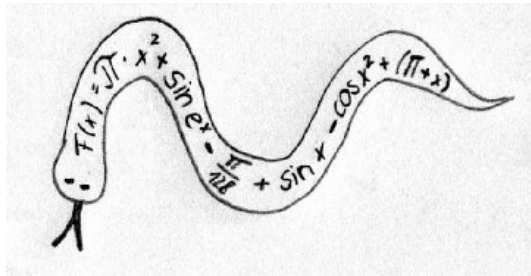


**Mathetreff: Knobelaufgaben für Oberstufe**  
**November – Dezember 2007**  
**Einsendeschluss 31. Dezember 2007**



**Aufgabe 1**

**Funktionen und Zahlenpaare**



Ermitteln Sie alle diejenigen Funktionen  $f$ , die für alle reellen Zahlen  $x$  definiert sind und der folgenden Bedingung genügen:

Für alle Paare  $(x_1; x_2)$  reeller Zahlen gilt:  
 $f(x_1 + x_2) - 2f(x_1 - x_2) + f(x_1) - 2f(x_2) = x_2 - 2$

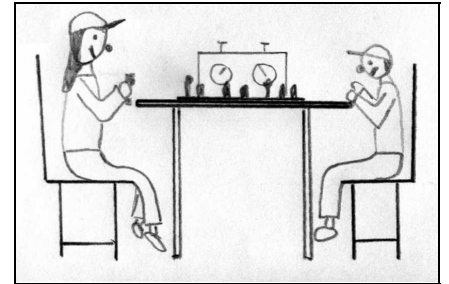
**Aufgabe 2**

**Schachtunier**

Vom 12. - 25. 11. 2008 findet in Dresden die internationale Schacholympiade statt.

An der Schule von Anton, Beate, Christian und Johann ist zu Trainingszwecken für dieses Großereignis ein Schachtunier ausgetragen worden. Da die Schule einen schachbegeisterten Schulleiter hat, lobt er einen Preis aus. Diese vier Schüler sind in die Endrunde des Schultuniers gekommen. Ab jetzt gelten folgende Regeln:

Es spielt jeder gegen jeden; wer gewinnt, erhält 3 Punkte, bei Remis gibt es je einen Punkt, wer verliert, bekommt keinen Punkt. Am Ende des Turniers ist Anton Sieger mit 7 Punkten, Beate Zweite mit 4 Punkten, Christian und Johann erhielten je drei Punkte und teilen sich den dritten Platz.

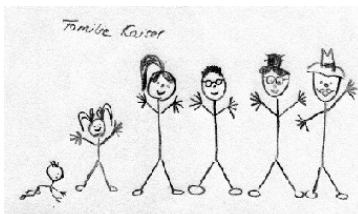


Welche der folgenden Aussage ist mit Sicherheit richtig?

- (1) Anton hat gegen Johann gewonnen.
- (2) Während der Endrunde gab es kein Remis.
- (3) Johann hat gegen Anton gewonnen.
- (4) Die Partie zwischen Anton und Johann endete Remis.
- (5) Die angegebene Punkteverteilung ist nicht möglich.

**Aufgabe 3**

**Familie Kaiser**



Die Eltern Kaiser sitzen mit ihren beiden Kindern und den Eltern von Herrn Kaiser zusammen. Es ist der Geburtstag des ältesten Kindes – Johanna. Frau Kaiser liebt Zahlenspielereien; sie sagt: „Wenn man für jeden von uns das Alter in vollen Jahren nimmt, sind wir alle zusammen 240 Jahre alt. Wir Eltern sind zusammen dreimal so alt wie die Kinder zusammen, die Großeltern sind zusammen doppelt so alt wie wir Eltern.“

Wer weiß noch etwas?“

Johanna verkündet stolz: „Alle außer Opa und mir sind zusammen doppelt so alt wie Opa allein.“  
Herr Kaiser hatte angestrengt nachgedacht: „Opa war bei Johannas Geburt genau dreimal so alt wie Mama bei Johannas Geburt.“

Wie alt ist Herr Kaiser?