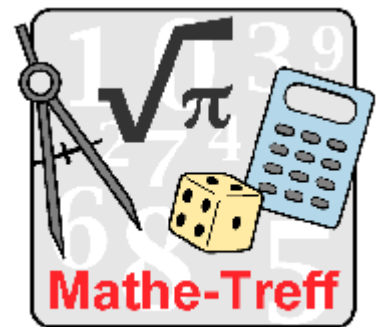


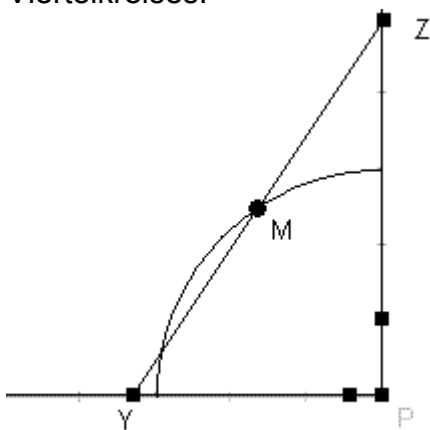
**Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben  
für die Klassen 7 und 8  
Januar – Februar 2008**



**Aufgabe 1**

**Winterliches Klettervergnügen**

Clown Leos Hände beschreiben beim Wegrutschen, je nachdem wie steil die Leiter an der Wand steht, einen Ausschnitt eines Viertelkreises.



Denn: Die Leiter stehe an der Wand und habe Y und Z als Enden der Leiter und P sei der Punkt, wo die Wand auf den Boden trifft. Der Punkt M entspreche den sich genau auf der Mitte der Leiter befindenden Händen des Clowns. Der Thaleskreis um M geht immer durch P, folglich ist der Abstand MP stets konstant, und zwar  $\frac{1}{2}YZ$ . Somit bewegen sich die Hände des Clowns auf einem Viertelkreis.

**Aufgabe 2**

**2008 2008 2008 – Und wieder die 2008**

Gesucht ist die letzte Ziffer der Zahl  $7^{2008}$ . Es lassen sich folgende algebraische Umformungen durchführen:

$$7^{2008} = 7^{2 \cdot 1004} = 7^{2 \cdot 2 \cdot 512} = 7^{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 256} = 7^{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 128}$$

Da nur die letzte Ziffer der Zahl interessiert, bietet es sich an nur die Reste beim Teilen durch 10, also die Zahl modulo 10, zu betrachten:

$$7^{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 128} \equiv 9^{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 128} \equiv 1^{2 \cdot 2 \cdot 128} \equiv 1 \pmod{10}$$

Bei der letzten Ziffer der Zahl  $7^{2008}$  handelt es sich also um eine 1.

Oder:

Gefragt ist nach der letzten Ziffer der Zahl  $7^{2008}$ . Betrachtet man die ersten Potenzen von 7, nämlich 7, 49, 343, 2401, 16807, so stellt man fest, dass sich die Endziffern periodisch wiederholen. Die Periodenlänge beträgt 4. 2008 ist ohne Rest durch 4 teilbar, die letzte Ziffer ist also eine 1.

**Aufgabe 3**

**Eisstockschießen oder Schlittschuhlaufen**

Dominik, Jennifer, Thomas und Lukas gehen Eisstockschießen, alle anderen Kinder laufen Schlittschuh.

Bei dieser Art von Logikaufgabe bietet es sich an, verschiedene Annahmen aufzustellen, so dass sich ein Widerspruch oder die Lösung ergibt. Bekannt ist folgendes:

- (1) Wenn Andreas Eisstockschießen geht, dann gehen auch Annika und Tina Eisstockschießen.
- (2) Wenn Jennifer Schlittschuh läuft oder Nora Eisstockschießen geht, dann geht Petra Eisstockschießen.
- (3) Wenn Andreas Schlittschuhlaufen geht, ist Thomas Eisstockschießen.
- (4) Wenn Lukas Eisstockschießen geht, läuft Annika Schlittschuh.
- (5) Nora und Tina unternehmen auf jeden Fall etwas gemeinsam.
- (6) Zwei der drei Freunde Dominik, Katharina und Lukas gehen Eisstockschießen.
- (7) Dominik und Petra mögen nicht die gleiche Sportart.
- (8) Wenn Katharina Eisstockschießen geht, ist Thomas Schlittschuhlaufen.

Nun sucht man sich Annahme 6 aus, es gibt drei verschiedene Möglichkeiten, welche zwei Freunde Eisstockschießen gehen:

**Annahme:** Dominik und Katharina gehen Eisstockschießen.

Daraus folgt sofort, dass Lukas Schlittschuh laufen ist. Dann folgt aus (7), dass Petra Schlittschuh laufen geht. Aus (8) folgt, dass Thomas Schlittschuh läuft. Da Thomas Schlittschuh läuft, kann nach (3) Andreas nicht Schlittschuhlaufen, sondern muss Eisstockschießen. So folgt nun aus (1) dass auch Annika und Tina Eisstockschießen sind. Wegen (5) geht Nora dann auch Eisstockschießen, und aus (2) folgt das Petra auch Eisstockschießen geht. Dies steht aber im Widerspruch zu der obigen Folgerung, dass Petra Schlittschuh läuft. Also war die Annahme falsch.

**Annahme:** Katharina und Lukas gehen Eisstockschießen.

Daraus folgt sofort, dass Dominik Schlittschuhlaufen ist und aus (7) das Petra Eisstockschießen geht. Aus (4) folgt, dass Annika Schlittschuh laufen ist. Aus (8) folgt, dass Thomas Schlittschuh läuft. Da Thomas Schlittschuh läuft, kann nach (3) Andreas nicht Schlittschuhlaufen, sondern muss Eisstockschießen. So folgt nun aus (1) dass auch Annika und Tina Eisstockschießen sind. Das ist ein Widerspruch, denn gerade wurde noch gefolgert, dass Annika Schlittschuh läuft. Also war die Annahme falsch.

**Annahme:** Dominik und Lukas gehen Eisstockschießen. Daraus folgt sofort, dass Katharina Schlittschuh läuft und aus (7) das Petra ebenfalls Schlittschuh laufen geht. Aus (4) folgt, dass auch Annika Schlittschuh läuft. Da nach (2) Petra nur nicht Eisstockschießen geht, wenn Jennifer nicht Schlittschuh läuft und Nora nicht Eisstockschießen geht, ist Jennifer Eisstockschießen und Nora Schlittschuhlaufen. Aus (5) folgt, dass auch Tina Schlittschuh läuft. Wegen (1) kann Andreas nicht Eisstockschießen mögen, da weder Annika noch Tina Eisstockschießen gehen, er geht also Schlittschuhlaufen. Aus (3) folgt nun das Thomas Eisstockschießen ist.

Also sind Dominik, Lukas, Jennifer und Thomas Eisstockschießen und Katharina, Petra, Annika, Nora, Tina und Andreas Schlittschuhlaufen.