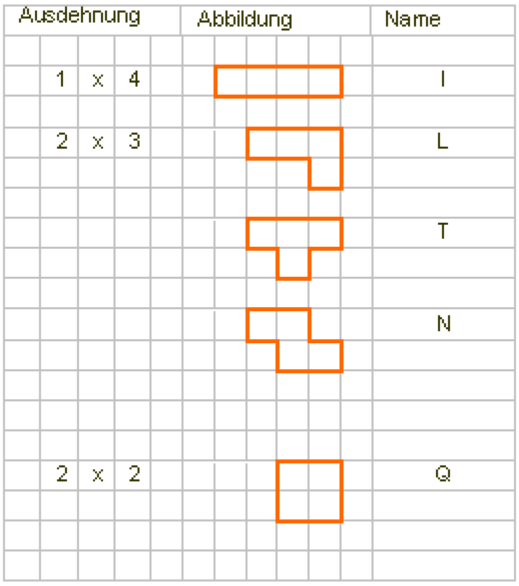
Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben
Knobelaufgaben für die Klassen 9 und 10
März –Mai 2008

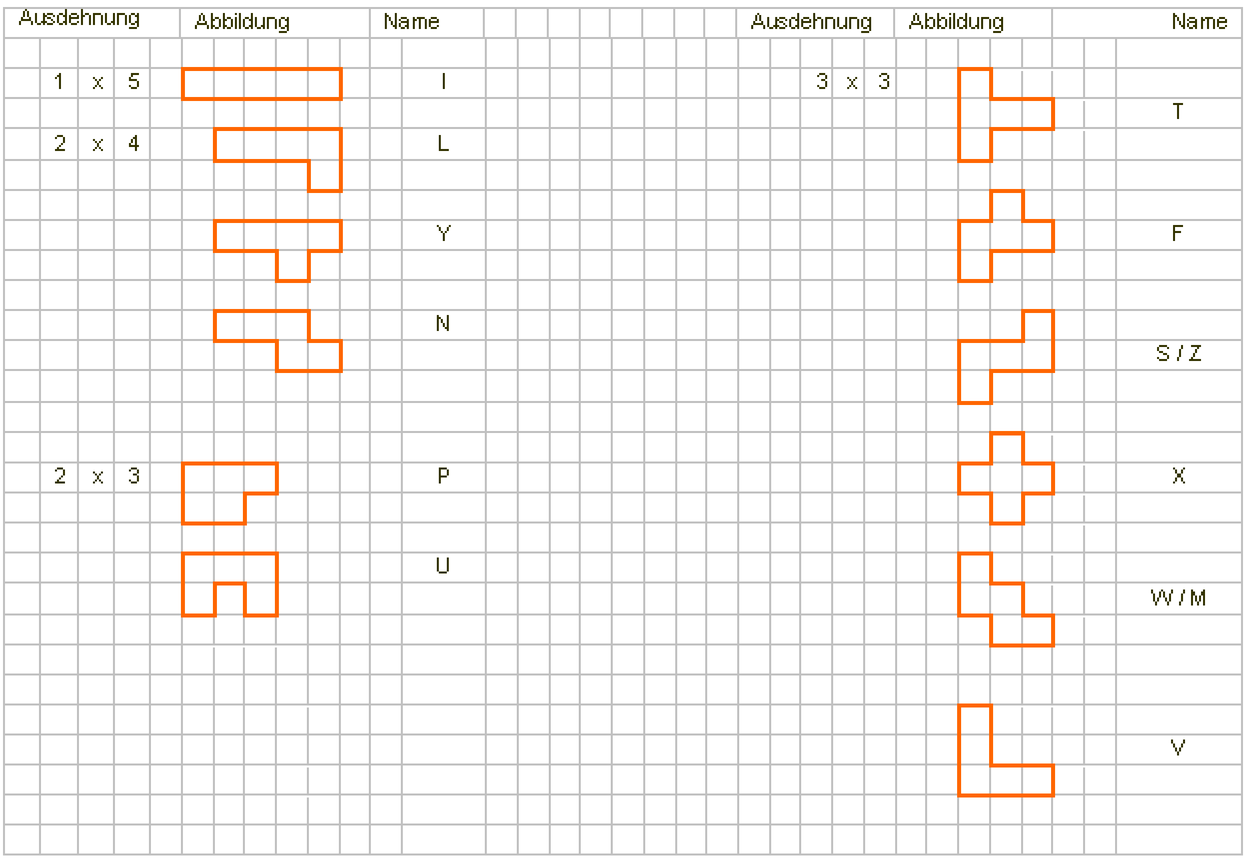
Aufgabe 1

X-ominos

a) Es gibt fünf Tetrominos. Die Abbildung „Tetrominos“ zeigt, wie man sie durch Kombinieren der vier Quadrate erhalten kann.



b) Es gibt zwölf Pentominos. Die Abbildung „Pentominos“ zeigt, wie man sie durch Kombinieren der fünf Quadrate erhalten kann.



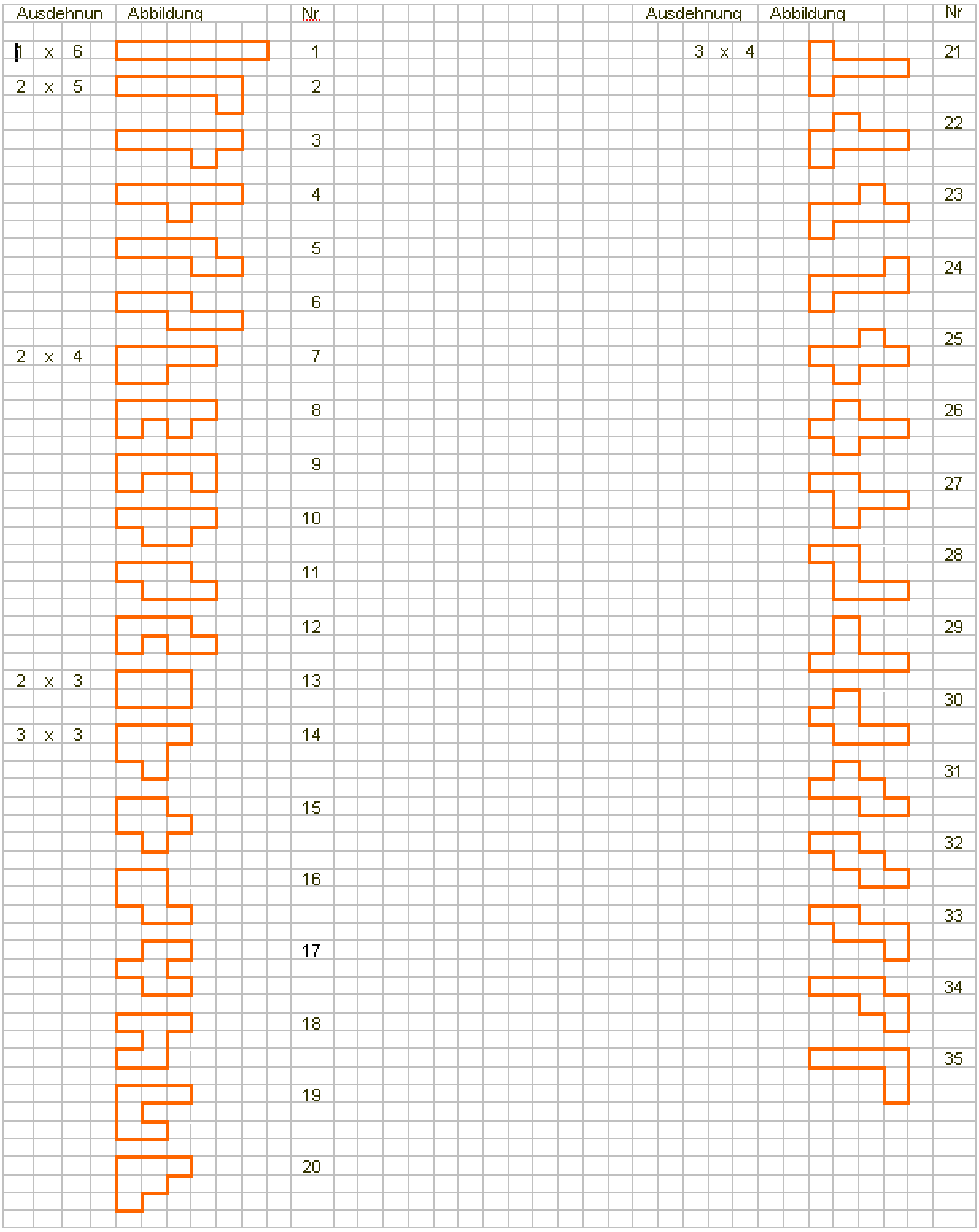
Beispiele für mögliche Lösungen, neun der zwölf Pentominos zu einem 3x15-Rechteck zusammenzufügen, sind folgende:

U	U	P	P	W	W	Z	Z	F	N	N	N	V	V	V
U	P	P	P	Y	W	W	Z	F	F	F	N	N	L	V
U	U	Y	Y	Y	Y	W	Z	Z	F	L	L	L	L	V

U	U	X	P	P	P	Z	Z	F	I	I	I	I	I	T
U	X	X	X	P	P	L	Z	F	F	F	Y	T	T	T
U	U	X	L	L	L	L	Z	Z	F	Y	Y	Y	Y	T

U	U	F	W	I	I	I	I	I	T	V	L	L	L	L
U	F	F	W	W	N	N	T	T	T	V	L	P	P	P
U	U	F	F	W	W	N	N	N	T	V	V	V	P	P

c) Es gibt 35 Hexominos. Die Abbildung „Hexominos“ zeigt, wie man sie durch Kombinieren der sechs Quadrate erhalten kann.



Aufgabe 2

Grönland-Eis und Erderwärmung

a) (nach Franziska K. –Stufe 5- aus Neuss)
Die Fläche von Grönland beträgt (lt. "Wikipedia") 2.166.086 km². Davon sind angeblich 341.700 km² eisfrei. Der Rest, also [2.166.086-341.700 =] 1.824.386 km² ist also mit Eis bedeckt. Wenn das Eis im Schnitt 2km dick ist, ergibt sich ein Eisvolumen von [2km x 1.824.386 km² =] 3.648.772 km³.Die Erde hat eine Oberfläche von 510.000.000 km², davon sind 70,7%, also [510.000.000 km² x 0,707 =] 360.570.000 km² Ozeane. Geht man nun von Steilküsten aus, würde die Wasseroberfläche um (3.648.772 km³ : 360.570.000 km² =) 0,010119455 km steigen, also um ca. 10m.

Berücksichtigt man nun noch, dass sich Wasser, wenn es gefriert um ca. 8,9 % ausdehnt oder umgekehrt Eis bei der Schmelze zu Wasser an Volumen verliert, würde der Meeresspiegel "nur" um ca. 9,3 m steigen.
Alle Informationen habe ich aus dem Internet, aus "Wikipedia".

b) Weil nur vergleichsweise wenig Steilküsten das Weltmeer begrenzen, fällt die Erhöhung des Meeresspiegels geringer aus; d.h. flache Küstengewässer werden überschwemmt. (Anmerkung: Falls die aktuelle jährliche Abschmelzrate gleich bliebe, würde der Einfluss der Abschmelzung des Grönlandeises ca. 1000 Jahre dauern.)

c) Die Eismasse auf dem arktischen Meer verdrängt Wasser gleicher Masse. Sie schwimmt nur auf dem Meer, weil sie ein etwa 10% größeres Volumen als Wasser besitzt. Allein mathematisch –ohne physikalische oder weitere Prozesse zu berücksichtigen- würde das Schmelzen keinen Einfluss auf NormalNull des Meeresspiegels haben.

Aufgabe 3

Glasplatte

Der quadratische Tisch bot Platz für 12 Personen mit je 60cm Nutzbreite; er hatte also 180cm lange Kanten. Betrachten wir drei Fälle:
a) Ein neuer Rechtecktisch mit den Maßen (180-45)cm X 180cm = 135cm X 180cm bietet Platz für zehn Personen (2 + 2 + 3 + 3 = 10).
b) Ein neuer Rechtecktisch mit den Maßen 180cm X (180-60)cm = 180cm X 120cm bietet Platz für zehn Personen (3 + 3 + 2 + 2 = 10).
c) Es bleibt noch die Idee mit einem Rundtisch (oder (Sehnen-)Vielecktisch) zu prüfen. Unabhängig von der Realisierbarkeit mit dem größtmöglichen Radius von 90cm Länge kann hier eine Abschätzung sinnvoll erscheinen:

$h > 0 \wedge h^2 = 90^2 - 30^2$ (*Satz d. Pythagoras*) $\Leftrightarrow$

$h = 60\sqrt{2}$

n Nutzbreiten entsprechen dem Umfang 60n eines (regelmäßigen) n-Ecks.

Die Größe dieses Umfangs liegt zwischen den Maßen für Inkreis- bzw.

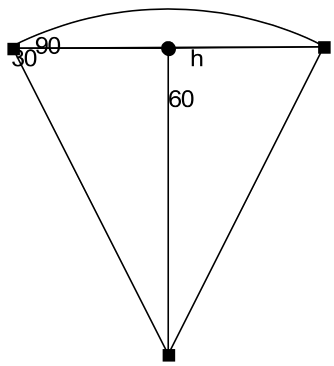
Umkreisumfang (Angaben in cm):

$2\pi \cdot h < 60n < 2\pi \cdot 90 \quad \Leftrightarrow$

$2\pi \cdot 60\sqrt{2} < 60n < 2\pi \cdot 90 \quad \Leftrightarrow$

$2\pi \cdot \sqrt{2} < n < \pi \cdot 3 \quad \Leftrightarrow$

$n = 9$



Rundtischsektor

Offenbar können an einem Rundtisch -Realisierbarkeit mit größtmöglichem Radius vorausgesetzt- höchstens neun Personen mit einer Nutzbreite von 60cm Platz haben.
Kommentar: Ein Rechtecktisch bietet zehn Personen, also einer Person mehr, Platz; andererseits ist bei einem Konferenztisch zu bedenken, dass sich die Verhandlungspartner gut sehen können, das wäre bei einem Rundtisch gewährleistet.
Anmerkung: Es könnte auch nachgewiesen werde, dass 1. der maximale Kreis möglich ist und 2. die Abbruchkante diesen tangiert. Es bleibt aber bei den 9 Plätzen am Rundtisch.