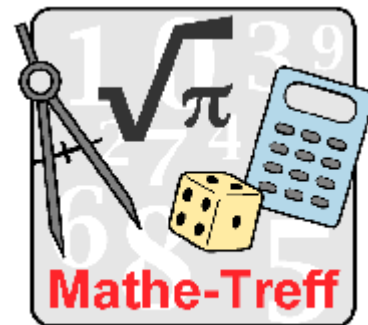


Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben

Knobelaufgaben für die Oberstufe

September - Oktober 2008



Aufgabe 1

Funktionen

Es gilt: $f(2) = 2$, da $f(2) = f(1+1) = f(1) + f(1) = 1+1=2$ ist. Analog gilt:
 $f(3) = 3, \dots, f(7) = 7$.

Weiter gilt: $f\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{1}{7^2} \cdot f(7) = \frac{1}{7^2} \cdot 7 = \frac{1}{7}$.

Also folgt daraus, dass $f\left(\frac{2}{7}\right) = f\left(\frac{1+1}{7}\right) = f\left(\frac{1}{7}\right) + f\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$ ist. Analog gilt

$$f\left(\frac{5}{7}\right) = \frac{4}{7} + \frac{1}{7} = \frac{5}{7}.$$

Aufgabe 2

Gleichungen

Wir gehen davon aus, dass es ein solches gefordertes Paar $(a|b)$ gibt (a, b sind natürliche Zahlen).
Dann ist die Lösung x gleich der Zahl $ax-6$ bzw. $bx-4$. Also gilt:

$ax-6=x$ bzw. $x(a-1)=6$. Da $a-1$ eine ganze Zahl ist, ist die natürliche Zahl x ein Teiler von 6, dies bedeutet, dass x eine der Zahlen 1, 2, 3 und 6 sein kann.

Analog gilt für b : $bx-4=x$ bzw. $x(b-1)=4$. Da $b-1$ eine ganze Zahl ist, ist die natürliche Zahl x ein Teiler von 4, dies bedeutet, dass x eine der Zahlen 1, 2, 4 sein kann.

Also kann x nur eine der Zahlen 1 oder 2 sein.

Ist $x = 1$, so folgt, dass $a = 7$ und $b = 3$ gilt.

Ist $x = 2$, so folgt, dass $a = 4$ und $b = 3$ gilt.

Die Probe bestätigt diese Lösungen.

Aufgabe 3

Die gute alte Zeit

Man konstruiert zunächst ein Dreieck $A'B'C'$ mit den Seitenlängen 2 cm, 3 cm und 4 cm. Danach konstruiert man den Umkreismittelpunkt von $A'B'C'$. Diese wird mit M bezeichnet.

Um M zeichnet man einen Kreis mit dem Radius der Länge 4 cm. Die Strahlen MA' , MB' und MC' schneiden den Kreis in A , B und C . Das nun erhaltene Dreieck ABC erfüllt die geforderten Bedingungen.