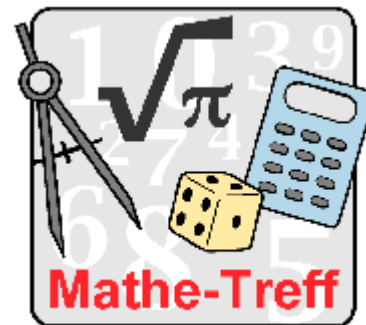


**Mathe-Treff: Lösungen zu den Knobelaufgaben
für die Klassen 9 und 10
Januar-Februar 2009**



Aufgabe 1

Zauber im magischen Polygon

Wenn die Anzahl der Ecken des Polygons ungerade ist, müssen dort zwei benachbarte Ecken gleicher Farbe sein, diese seien o.b.d.A. die Ecken 1 und 2 mit blauen Unhängen. Ist eine der Ecken 3 oder n ebenfalls blau, so ergibt sich ein gleichschenkliges Dreieck mit Ecken gleicher Farbe. Ist dies nicht der Fall, so sind die Ecken 3 und n schwarz. Die Ecke x sei die Ecke $(n-1)/2$. Nun sind die Dreiecke $(1;2;x)$ und $(3;n;x)$ jeweils gleichschenkelig. Ist x schwarz, so enthält das Polynom ein gleichschenkliges, schwarzes Dreieck, ist x weiß, so gibt es ein gleichschenkliges, weißes Dreieck.

Aufgabe 2

Willkommen im Jahr 2009

$$2009a^2 + 2009b^2 + 2009c^2 \geq 2009ab + 2009bc + 2009ac$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2bc + 2ca$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$$

Aufgabe 3

Winterlandschaft

Es werden folgende Bezeichnungen eingeführt: Peter sei ein Punkt P , der See ein Punkt S , das Dorf Schneefelde ein Punkt F und das Dorf Hagelsdörfchen ein Punkt H .

Durch Spiegelung des Punktes P an S ergibt sich der Punkt P' . Die Seiten des Dreiecks FPP' haben die Länge $|PF|$, $|PD|$, und $2|PS|$. Da in einem Dreieck nach der Dreiecksungleichung jede Seite größer ist als die Differenz der beiden anderen Seiten, gilt:

$$2 \cdot |PS| \geq \left| |PF| - |PD| \right|$$