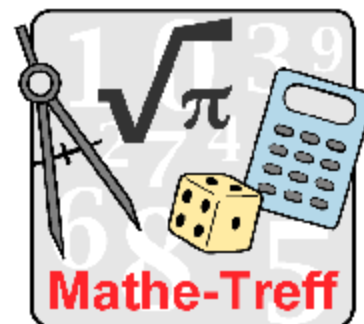


**Mathe-Treff: Knobelaufgaben für Oberstufe**  
**Juni-August 2009**  
**Einsendeschluss 31. August 2009**



**Aufgabe 1**

**Undichte Primzahlen**

Bernd und Jo wollen zwei Wochen in den Ferien zusammen etwas unternehmen: Bernd schlägt eine Radwandertour an der Donau vor; Jo würde lieber mit einem Zweierfaltboot die Müritz befahren. - Da beide Mathe-Fans sind, soll dessen Vorschlag genommen werden, der als erster folgendes Problem löst:

a) Die abgebildeten Primzahlen 2, 3, 5 und 7 liegen „dicht“; näher aneinander liegen keine weiteren. 3, 5 und 7 sind sogenannte Primzahldrillinge. Gibt es noch (mindestens) einen weiteren Primzahldrilling?

b) Wenn unter den ersten einhundert natürlichen Zahlen nur 25 Primzahlen existieren, liegen diese relativ undicht. Unter den ersten tausend natürlichen Zahlen gibt es Primzahlen, zwischen denen mehr als zehn zusammengesetzte Zahlen (also Nicht-Primzahlen) liegen. Existiert wohl unter den Primzahlen eine Lücke zwischen zweien, die mindestens 2009 zusammengesetzte Zahlen enthält?

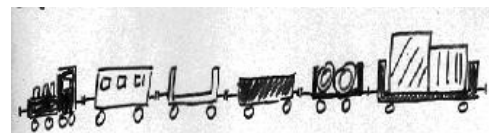


Was meinen Sie? Führen Sie auch den Nachweis Ihrer Behauptungen.

**Aufgabe 2**

**Bahnfahrt-Zahlentheorie**

Anatol, Bertram und Cyriano sind während der Kursfahrt nach Berlin in ein Skatenspiel vertieft, als Udetta mit einer Frage auftaucht: „Ich habe gerade darüber nachgedacht, welche kleinste Zahl wohl bei Division durch 2 den Rest 1, bei Division durch 3 den Rest 2, usw. und schließlich bei Division 12 den Rest 11 lässt. Wir haben bis 2009 keine passende Zahl gefunden. Könnt ihr uns helfen?“



Bertram meint: „Habt ihr euch auch nicht verrechnet?“

Cyriano wirft ein: „Die Zahl muss meiner nach Meinung deutlich größer als 2009 sein.“

Anatol: „479 001 599 ist eine solche Zahl. Ob es aber die kleinste ist?“

– Was meinen Sie? Geben Sie der Runde Hinweise, die zur Lösung führen.

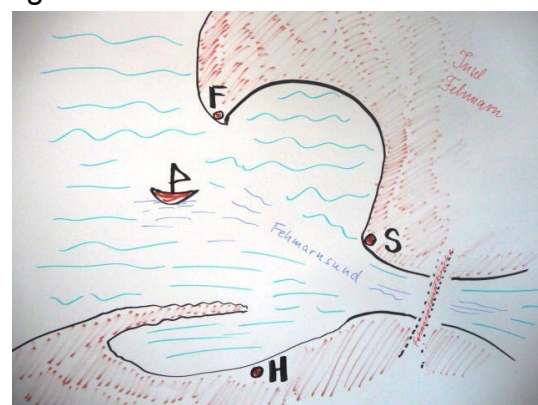
**Aufgabe 3**

**Navigation**

Inge befindet sich zur Segelausbildung auf einem Segelboot im Fehmarnsund.

Die Crew will Heiligenhafen anlaufen, als der Wind nahezu einschläft und der Peilkompass wie auch Bordelektronik ausfallen.

Mit elementaren Mittel stellt sie fest, dass sie etwa eine Seemeile pro Stunde vorwärts kommen.



Der Navigator misst um 16:30Uhr den (Horizontal-)Winkel zwischen dem Leuchtturm Flügge (auf Fehmarn; ungefähr nördlich von der augenblicklichen Position) und dem Leuchtturm Strukkamphuk (auf Fehmarn; in ungefähr östlicher Richtung) mit 107Grad sowie den (Horizontal-)Winkel zwischen Leuchtturm Strukkamphuk und Leuchtturm Heiligenhafen (in etwa südlicher Richtung auf dem Festland) mit 119Grad. - Inge soll nun ausrechnen, wann das Boot eine Halbe Seemeile vor dem Leuchtturm Heiligenhafen sein wird.

(Hinweise: Lt. Flügge und Lt. Strukkamphuk sind 3,3 Seemeilen, Lt. Flügge und Lt. Heiligenhafen 4,4 Seemeilen, Lt. Strukkamphuk und Lt. Heiligenhafen 3,6 Seemeilen voneinander entfernt.)