www.mathe-treff.de

Mathe-Treff: Lösungen zu den Knobelaufgaben

für die Klassen 9 und 10
September- Oktober 2009

Aufgabe 1

Quersummen

(Lösung von Tobias Gianfelice aus Hagen)

Ich habe die Quersummen der Zahlen 1-9 zusammengerechnet, es ergab 45, die Summe der Quersummen von 10-19 ergab 55, von 20-29 ergab 65. Das bedeutet, dass man, um die Quersummen der Zahlen von 1 – 99 zusammenrechnen will, muss man 45 x 10 ausrechnen und dazu 10+20+30+…+90=450 dazu addieren, und man kommt auf 900.

Die Quersummensumme von 100-109 ist 55, also rechnet man 55x10+450=1000.

Ich erstelle dazu folgende Übersicht:

1-99	45 x 10 + 450	=	900	
100-199	55 x 10 + 450	=	1000	
200-299	65 x 10 + 450	=	1100	
300-399	75 x 10 + 450	=	1200	
400-499	85 x 10 + 450	=	1300	
500-599	95 x 10 + 450	=	1400	
600-699	105x10 + 450	=	1500	
700-799	115x10 + 450	=	1600	
800-899	125x10 + 450	=	1700	
900-999	135x10 + 450	=	1800	
				13.500

Weiter mit den Tausendern:

1000-1099	55 x 10 + 450	=	1000	
1100-1199	65 x 10 + 450	=	1100	
1200-1299	75 x 10 + 450	=	1200	
1300-1399	85 x 10 + 450	=	1300	
1400-1499	95 x 10 + 450	=	1400	
1500-1599	105x10 + 450	=	1500	
1600-1699	115x10 + 450	=	1600	
1700-1799	125x10 + 450	=	1700	
1800-1899	135x10 + 450	=	1800	
1900-1999	145x10 + 450	=	1900	
				14.500
2000-2009		=		65
Gesamt		=		**28.065**

Die Summe aller Quersummen der Zahlen von 1 – 2009 beträgt also 28.065.

Aufgabe 2

Steffis Rätsel

Da alle Aussagen falsch sind, ist wegen a) nach Division durch 3 der Rest 2.
Wegen c) lassen Divisionen durch 5 oder 7 denselben Rest. Da diese Reste größer, bzw. kleiner oder gleich 3 sind, müssen sie gleich 3 sein. Dank c) lässt sie bei Division durch 8 den Rest 1, wegen b) ist sie kleiner oder gleich 800.

Wegen a) gilt: 2, 5, 8, … sind mögliche Lösungen.
Wegen b) gilt: 8, 13, … und 10, 17, … sind mögliche Lösungen.
Wegen c) gilt: 9, 17, 25, … sind mögliche Lösungen.

Die Schnittmenge aus diesen Zahlen ist 353.

Aufgabe 3

Schachturnier

x(x-1) :2 = 231 (lösbar über eine quadratische Gleichung, es gilt nur die positive Zahlenlösung)

Es sind 22 Teilnehmer. (Nach Tobias Gianfelice)
Wenn jeder Spieler mit jedem spielt, dann spielt der erste Spieler n-1 Partien, da er ja nicht mit sich selbst spielt. Der zweite Spieler spielt n-2 Partien, weil er mit dem ersten schon eine Partie gespielt hat, der dritte n-3, usw. bis zum letzten Spieler, der keine Partie spielt, weil der mit jedem ja schon gespielt hatte.

Somit addiert man nun alle Zahlen von 1 bis n-1, um 231 herauszubekommen, und dabei kommt heraus, da n-1 gleich 21 ist und somit die Teilnehmerzahl 22 ist.