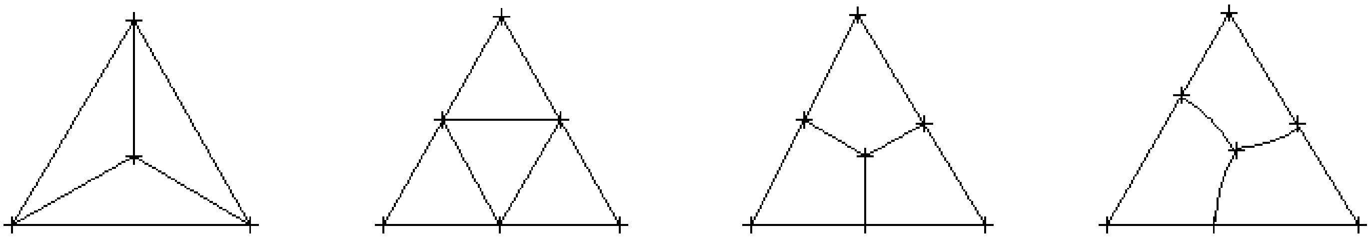
www.mathe-treff.de

Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben für die Klassen 7 und 8 März- Mai 2010

Aufgabe 1

Dreieckszerlegung

So könnten z.B. die Lösungen aussehen. Für Daniela gibt es beliebig viele vergleichbare Lösungen!



Skizze der Teilungen eines gleichseitigen Dreiecks im Sinne der Aufgabenstellung

Aufgabe 2

Würfel-Schnitte

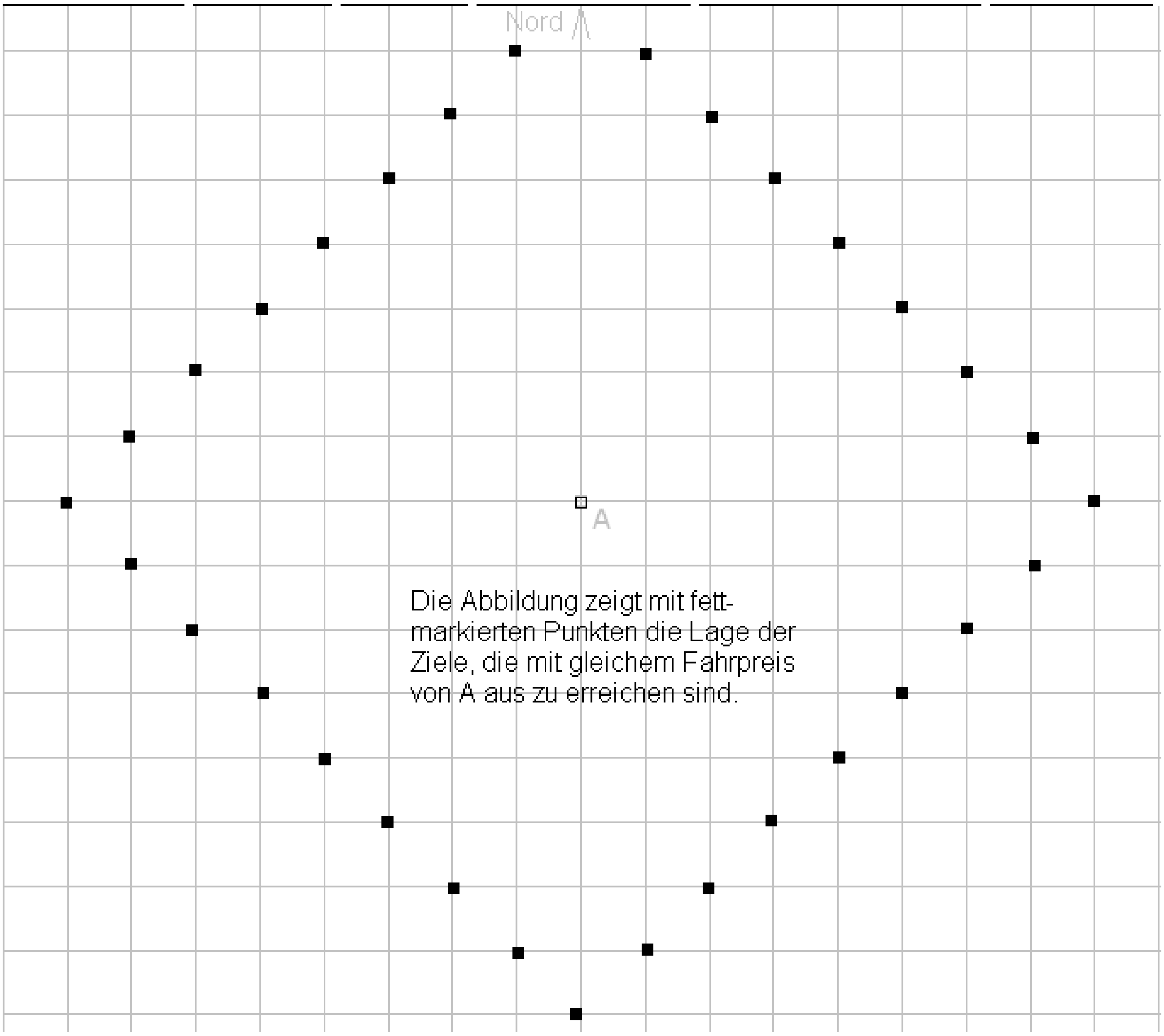
Ebene Schnitte durch einen Würfel können folgende Schnittfiguren liefern (Strecken werden hier nur durch ihre Endpunkte angegeben - zur Förderung der Übersichtlichkeit.):

Nr.	Ergebnis	Beschreibung des Schnittes durch ...
I	Dreieck, beliebig	z.B. BF, GF, EF (vgl. Bild in der Aufgabenstellung)
II	Dreieck, gleichschenklig	z.B. B, Mittelpunkte von EF, FG
III	Dreieck, gleichseitig	z.B. E, B und G
IV	Viereck, beliebig	z.B. EF, GH, BF, CG
V	Rechteck	z.B. B, C, E und H
VI	Quadrat	z.B. die Mittelpunkte von EH, AD, BC, FG
VII	Parallelogramm	z.B. A, G, Mittelpunkte von CD und EF
VIII	Trapez	z.B. A, C und die Mittelpunkte von EF und FG
IX	Fünfeck	z.B.B, AE, CG sowie die Mittelpunkte von EH und GH,
X	Sechseck	z.B. Mittelpunkte von HE, EA, AB, BC, CG und GH (Anmerkung: es handelt sich sogar um ein regelmäßiges Sechseck. Ein Siebeneck ist nicht möglich, weil beim Würfel höchstens sechs Strecken als Schnittlinien durch seine sechs Seitenflächen berücksichtigt werden können.)

Aufgabe 3

MIxi

a) 12 Euro kostet die Fahrt durch acht Straßenabschnitte; also n Abschnitte nach Norden (oder Süden) und (8-n) Abschnitte nach Osten (bzw. nach Westen). Alle gleich teuren Fahrtziele liegen auf einem Quadrat (vgl. Abbildung).



b) Um das in der Aufgabe dargestellte Ziel Z von A aus erreichen zu können, sind vier Straßenabschnitte nach Osten und vier Straßenabschnitte nach Norden zu überwinden. Der Weg kann kurz mit oooonnnn (in der Reihenfolge von links nach rechts) beschrieben werden; nun wird aber nach der Anzahl aller Kombinationen dieser Straßenabschnitte gefragt. Betrachten wir hierzu einzelne Fälle in der tabellarischen Übersicht.

Position 1, 2, 3	Daran anschließenden Kombinationen	Wegeanzahl
oooo	nnnn	1
ooo	4 Möglichkeiten für o auf Position 5 bis 8	4
oon	Die Besetzung der Positionen 4 bis 8 durch zwei o-Abschnitte gelingt mit drei n-Abschnitten dazwischen auf eine Art, mit genau zwei n-Abschnitten dazwischen auf zwei, mit einem n-Abschnitt dazwischen auf drei, direkt benachbart auf vier Arten	10
ono		10
noo		10
onn	Die Besetzung der Positionen 4 bis 8 durch zwei n-Abschnitte gelingt mit drei o-Abschnitten dazwischen auf eine Art, mit genau zwei o-Abschnitten dazwischen auf zwei, mit einem o-Abschnitt dazwischen auf drei, direkt benachbart auf vier Arten	10
non		10
nno		10
nnn	4 Möglichkeiten für n auf Position 5 bis 8	4
nnnn	oooo	1

Insgesamt gibt es also 70 Wege - ohne Umwege von A nach Z.
(Anmerkung: Spätere Kenntnis aus dem Gebiet der Kombinatorik liefert sofort das Ergebnis.)