

## Aufgabe 1

### Vieleck

a) Die Angaben sind in der Tabelle bei b) enthalten. Man muss die Überlegungen auf weitere n-Ecke ausdehnen, um Gesetzmäßigkeiten erkennen zu können.

b) vgl. Tabelle am Ende dieses Dokuments

Bei Vielecken mit ungerader Eckenanzahl sind die Arten-Anzahlen 2, 5, 8, 11, ....- und bei gerader Eckenanzahl gibt es folgende Anzahlen von Teilungsarten 4, 7, 10, .... . Ihre Anzahlen wachsen jeweils um 3. In der folgenden Übersicht bedeutet g „gerade Anzahl Ecken des Vielecks“ und u „ungerade Anzahl Ecken des Vielecks“. f bezeichnet die Funktion, mit der wir die gesuchte Zerlegungsarten finden können.

u	3	5	7	9	11
$(u-1):2$	1	2	3	4	5
f(u)	2	5	8	11	14
g	4	6	8	10	12
$g:2-1$	1	2	3	4	5
f(g)	4	7	10	13	16

$$f(u) = 3 \cdot \frac{u-1}{2} - 1 = 1,5u - 2,5$$

$$f(g) = 3 \cdot \left( \frac{g}{2} - 1 \right) + 1 = 1,5g - 2$$

$$f(n) = \lceil 1,5n \rceil - 2$$

Es sind also zwei Funktionsterme f(g) bzw. f(u) zu ermitteln; für Fortgeschrittene ist noch die Zusammenfassung zu einer einzigen Funktion angegeben: In der dritten Zeile bedeutet n die Anzahl der Ecken im n-Eck und die eckige Klammer ist die Gauß-Klammer-Funktion (sie liefert die größte ganze Zahl kleiner oder gleich n).

## Aufgabe 2

### Wunder-Würfel

a) Die Übersichten der Paare E-Z, Z-D, D-E zeigen, welcher Würfel welchem (mit einer berechenbaren Wahrscheinlichkeit) im Vorteil ist. Die Buchstaben in den Feldern geben den vorteilhaften Würfel an.

Wählt Cosmas Würfel E (1,4,4,4,4,4), dann nimmt Damian Würfel Z (2,2,2,5,5,5), weil es 21 günstige von 36 möglichen Zahlenpaaren (Versuchsausgängen) gibt. Wählt Cosmas Z, dann hat Damian mit Würfel D (3,3,3,3,3,6) wegen der 21 günstigen unter 36 möglichen Versuchsausgängen. Im dritten Fall wäre Damian mit Würfel E gegenüber Würfel D mit 25 günstigen von 36 möglichen Versuchsausgängen im Vorteil.

b) Tassilo M aus Greifswald schlägt folgende Beschriftung vor:

Vier Würfel A, B, C, D mit A=(333355), B=(444446), C=(555511), D=(222266). Wenn Cosmas A nimmt, dann nimmt Damian B; Damian gewinnt mit größerer Wahrscheinlichkeit;  $2/3 * 6/6 + 1/3 * 1/6 > 1/2$ .

Wenn Cosmas B nimmt, dann wird Damian C nehmen; denn er gewinnt mit  $5/6 * 2/3 > 1/2$ .

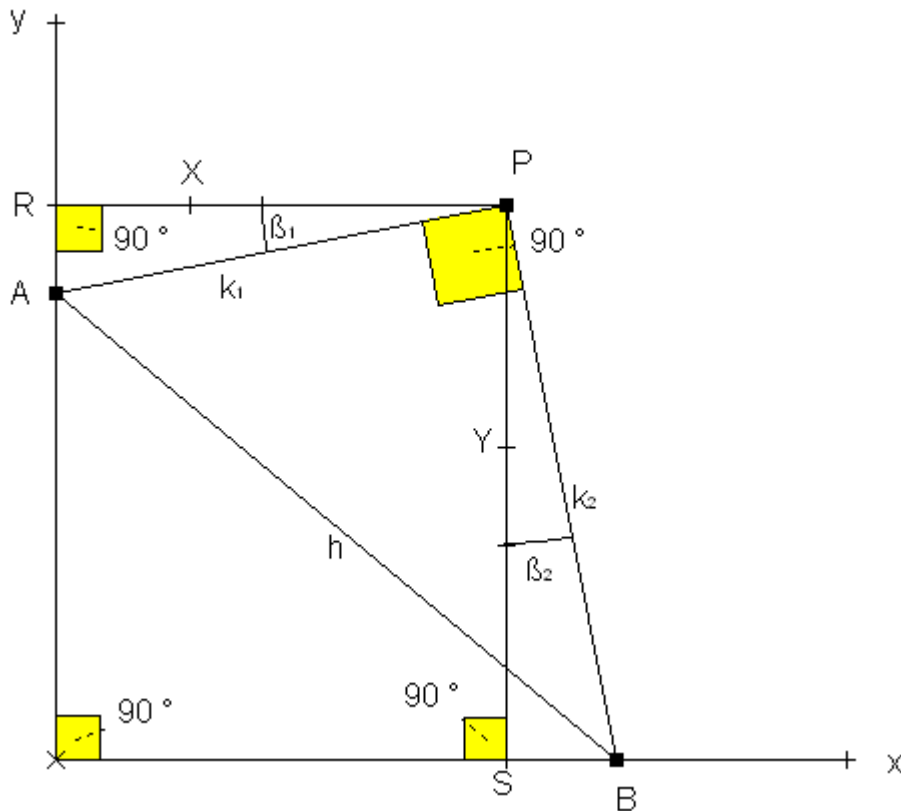
Wenn Cosmas C nimmt, dann nimmt Damian D und gewinnt mit  $1/3 * 1 + 2/3 * 1/3 > 1/2$ .

Nimmt aber Cosmas, dann gewinnt Damian mit Würfel A mit einer Wahrscheinlichkeit von  $2/3 * 6/6 > 1/2$ .

Tobias G. aus Gevelsberg schlägt vor, einen „Opferwürfel“ (z.B. mit sechs Zweien) zu den drei aus Aufgabe a) zu bestimmen, der gegen alle verliert, die Beziehung der anderen nicht stört.

### Aufgabe 3

#### Spurensuche



ABP ist durch die Eigenschaften des Geodreiecks bestimmt (gleichschenkelig-rechtwinklig). PR und PS sind Lote von P auf die Achsen des angedeuteten Koordinatensystems. RP hat die Länge x, PS hat die Länge y; P hat die Koordinaten (x/y). Die Winkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$  sind gleich groß wegen der überlagerten rechten Winkel bei P; daraus ergibt sich -wegen der Gleichschenkligkeit des Geodreiecks ( $k_1 = k_2$ ), dass die rechtwinkligen Dreiecke APR und BPS sww-kongruent sind. Die Konsequenz hieraus ist:  $y = x$ ! P bewegt sich also auf der Winkelhalbierenden des 1. Quadranten im Koordinatensystem (beruhigend, sonst wäre die Spur außerhalb des Heftes!). Die minimale Entfernung des Punktes P vom Ursprung ist die Kantenlänge k der Katheten, die maximale  $k\sqrt{2}$ . Die Länge der Strecke beträgt damit

$$k\sqrt{2} - 1 = k(\sqrt{2} - 1) \approx 0,4k$$

Tabelle zu Aufgabe 1.b)

Vieleck Anzahl Ecken	Beispiel	Schnitt durch zwei Punkte liefert	Beispiel: Schnitt durch A und	Schnitt durch Punkt und Strecke liefert	Beispiel: Schnitt durch A und	Schnitt durch zwei Strecken liefert	Beispiel: Schnitt durch AB und	Anzahl der Arten
3	ABC	-	-	2 Dreiecke	BC	1 Drei-, 1 Viereck	BC	2
4	ABCD	2 Dreiecke	C	1 Drei-, 1 Viereck	BC	1 Drei-, 1 Fünfeck 2 Vierecke	BC CD	4
5	ABCDE	1 Drei-, 1 Viereck	C	1 Drei-, 1 Fünfeck 2 Vierecke	BC CD	1 Dreieck-, 1 Sechseck 1 Vier-, 1 Fünfeck	BC CD	5
6	ABCDE F	1 Drei-, 1 Fünfeck 2 Vierecke	C D	1 Dreieck-, 1 Sechseck 1 Vier-, 1 Fünfeck	BC CD	1 Drei-, 1 Siebeneck 1 Vier-, 1 Sechseck 2 Fünfecke	BC CD DE	7
7	ABCDE FG	1 Dreieck-, 1 Sechseck 1 Vier-, 1 Fünfeck	C D	1 Drei-, 1 Siebeneck 1 Vier-, 1 Sechseck 2 Fünfecke	BC CD DE	1 Drei-, 1 Achteck 1 Vier-, 1 Siebeneck 1 Fünf-, 1 Sechseck	BC CD DE	8
8	ABCDE FGH	1 Drei-, 1 Siebeneck 1 Vier-, 1 Sechseck 2 Fünfecke	C D E	1 Drei-, 1 Achteck 1 Vier-, 1 Siebeneck 1 Fünf-, 1 Sechseck	BC CD DE	1 Drei-, 1 Neuneck 1 Vier-, 1 Achteck 1 Fünf-, 1 Siebeneck 2 Sechsecke	BC CD DE EF	10
9	ABC....I	1 Drei-, 1 Achteck 1 Vier-, 1 Siebeneck 1 Fünf-, 1 Sechseck	C D E	1 Drei-, 1 Neuneck 1 Vier-, 1 Achteck 1 Fünf-, 1 Siebeneck 2 Sechsecke	BC CD DE EF	1 Drei-, 1 Zehneck 1 Vier-, 1 Neuneck 1 Fünf-, 1 Achteck 1 Sechs-, 1 Siebeneck	BC CD DE EF	11
10	ABC.... J	1 Drei-, 1 Neuneck 1 Vier-, 1 Achteck 1 Fünf-, 1 Siebeneck 2 Sechsecke	C D E F	1 Drei-, 1 Zehneck 1 Vier-, 1 Neuneck 1 Fünf-, 1 Achteck 1 Sechs-, 1 Siebeneck	BC CD DE EF	1 Drei-, 1 Elfeck 1 Vier-, 1 Zehneck 1 Fünf-, 1 Neuneck 1 Sechs-, 1 Achteck 2 Siebenecke	BC CD DE EF FG	13
11	ABC.... K	...		...		...		14