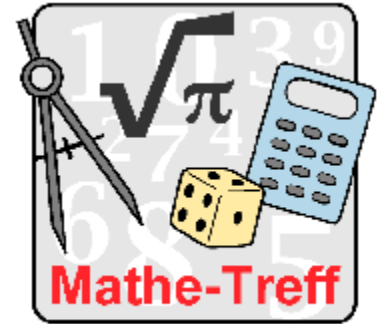


www.mathe-treff.de

**Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben
für die Oberstufe
September- Oktober 2010**



Lösungen von Moritz Kordt

Aufgabe 1

Drehscheibe

Runde	A	B	C	D	E	F
1	1/1	2/2	5/5	4/4	3/3	0/0
2	0/1	1/3	2/7	5/9	4/7	3/3
3	5/6	4/7	1/10	0/9	1/8	2/5
4	5/11	4/11	3/13	0/9	1/9	2/7
5	4/15	3/14	0/13	1/10	2/11	5/12

Die erste Zahl in einem Kästchen gibt an, wie viele Punkte die jeweilige Person in der Runde bekommen hat. Die zweite Zahl gibt die Gesamtpunktzahl an.

Eine wirkliche Begründung kann man für eine solche Aufgabe nicht liefern. Ich kann lediglich das Prinzip meines Vorgehens erläutern.

Die erste Vorgabe war, dass D in der zweiten Runde führen sollte. Dazu muss er möglichst viele Punkte bekommen. Ich habe mit der höchstmöglichen Punktzahl angefangen und ausprobiert. Dies lieferte Punkteverteilung für die zweite Runde.

Das gesamte Spiel sollte A gewinnen. Demnach habe ich immer die größtmögliche Punktzahl zugeschrieben (Also 3x5 Punkte). Dies führte aber nicht zum Sieg für A. So gab ich A zwei mal 5 Punkte und einmal 4 Punkte, was dann zum Gesamtsieg für A führte. Aufgrund der Gesamtpunktzahl in der letzten Runde ist keine andere Verteilung möglich. Was man natürlich variieren kann, ist die Reihenfolge der Punkteverteilung. Es spielt keine Rolle, ob A in der dritten und vierten Runde 5 Punkte bekommt und in der fünften 4 Punkte oder 5 Punkte in der vierten und fünften Runde und 4 Punkte in der dritten Runde oder 4 Punkte in der dritten Runde und 5 Punkte in der vierten und fünften Runde. Die Gesamtpunktzahl ist letztendlich die gleiche.

Aufgabe 2

Näher dran

Da $m < n$ ist $\frac{m}{n}$ immer kleiner 1.

Da $m < n$ ist $\frac{n}{m}$ immer größer 1.

Man kann also auch die Frage stellen, welche der beiden folgenden Terme kleiner ist:

$$1 - \frac{n}{m}$$

$$\frac{n}{m} - 1$$

Da so die Differenz zur eins bestimmt wird.

Nun forme ich die beiden Terme um:

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{n}{m} \\ \Leftrightarrow & \frac{n}{n} - \frac{m}{n} \\ \Leftrightarrow & \frac{(n-m)}{n} \\ & \frac{n}{m} - 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{n}{m} - \frac{m}{m} \\ \Leftrightarrow & \frac{(n-m)}{m} \end{aligned}$$

Der Zähler der Brüche ist gleich. Umso kleiner der Nenner eines Bruchs ist, desto größer ist auch die Zahl.

$$\text{Bsp.: } \frac{1}{3} < \frac{1}{2} ; \frac{1}{9} < \frac{1}{5}$$

Da die beiden Brüche bereits die Differenz zur eins angeben, ist der Bruch mit dem größeren Nenner der kleinere Bruch. Da gilt:

$n > m$ ist

$$\frac{(n-m)}{n} < \frac{(n-m)}{m}$$

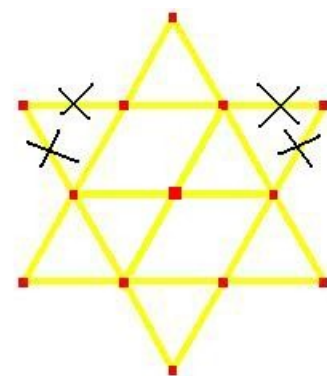
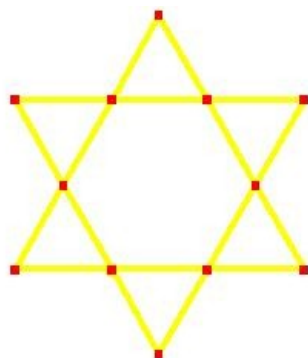
Der Bruch $\frac{(n-m)}{n}$ steht für den Bruch $\frac{m}{n}$.

Damit ist die Differenz von $\frac{m}{n}$ zur eins die kleinere Differenz.

Aufgabe 3

Streichholzknobelei

Im ersten Bild sehen wir die ursprüngliche Lage der 18 Streichhölzer. Im zweiten Bild wiederum sehen wir die vier umgelegten Streichhölzer, und vier entnommene Streichhölzer sind durchgestrichen.



Im dritten Bild sehen wir nun die neu entstandene Figur. In dieser Figur kann man nun bereits sechs kleine Dreiecke erkennen (im Bild 4 eingezeichnet). Die nun noch fehlenden vier Dreiecke (7-10) sind farbig in Bild 5 eingezeichnet.

