Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben

für die Klassen 7 und 8
November - Dezember 2010

Aufgabe 1

Weihnachtsmanngerangel

Die Menge, die jeder der Weihnachtsmänner Knut (a), Kurt (b), Curtis (c), Kuno (d) und Karol (e) an Geschenken zugeteilt bekommen hat, sei mit a, b, c, d, e bezeichnet. Aus der Aufgabenstellung folgt, dass alle zusammen 150 Geschenke bekommen haben: Also gilt: $a+b+c+d+e=150$ (1)
Weiterhin folgt aus der Aufgabenstellung: Kuno hat 2 Geschenke mehr als Karol bekommen, also: $d-2=e$ (2)
Am Anfang macht Kurt den Vorschlag, die Geschenke gleichmäßig aufzuteilen, wobei er dann seine Geschenke behalten würde und weder gewinnen noch verlieren würde. Also hatte er genau ein Fünftel der Geschenke, $b=150/5=30$, also hatte Kurt 30 Geschenke.
Nachdem aber Knut weggeflogen ist, macht Curtis den Vorschlag, die Geschenke unter den übrigen 4 Weihnachtsmänner aufzuteilen, wobei er dann wie oben weder gewinnen noch verlieren würde. Er hat also genau ein Viertel der übrigen Geschenke: $(150-a)/4=c$
Ebenso wie Kurt und Curtis macht nun auch Kuno den Vorschlag die Geschenke gleichmäßig aufzuteilen, da ihm hier weder Vor- noch Nachteil entstehen würde. Es gilt:
$d=(150-a-b)/3=(150-a-30)/3=(120-a)/3$
Durch Einsetzen in (2) ergibt sich für Karol: $e=(120-a)/3-2$.
Einsetzen in (1) liefert: $a+b+c+d+e=150$
$\Rightarrow a+30+(150-a)/4+(120-a)/3+(120-a)/3-2=150$
$\Rightarrow a+(150-a)/4+(120-a)/3+(120-a)/3=122 \quad | \cdot 12$
$\Rightarrow 12a+3\cdot 150-3a+4\cdot 120-4a+4\cdot 120-4a=12\cdot 122$
$\Rightarrow 12a-3a-4a-4a=12\cdot 122-3\cdot 150-4\cdot 120-4\cdot 120$
$\Rightarrow a=54$
Also hatte Knut 54 Geschenke, Kurt 30 Geschenke, Curtis 24 Geschenke, Kuno 22 Geschenke und Karol 20 Geschenke.

Aufgabe 2

Rentiernase

a) Alle Lösungen sind die nachstehend aufgeführten Lösungen. Diese erhält man durch systematisches Ausprobieren oder durch das Programmieren eines geeigneten Programmes.

792 1597 2389	792 1697 2489	703 2807 3510	703 2907 3610	143 2941 3084
583 2485 3068	693 2496 3189	693 2796 3489	604 3906 4510	824 3928 4752
594 3695 4289	835 4238 5073	165 4861 5026	385 4783 5168	406 5804 6210
406	846	846	176	396

5904 6310	5248 6094	5348 6194	5871 6047	5793 6189
307 6903 7210	417 6814 7231	857 6358 7215	857 6458 7315	428 7624 8052
428 7924 8352	648 7546 8194	329 8723 9052	439 8634 9073	659 8356 9015
659 8756 9415	769 8267 9036	769 8467 9236		

b) Es gibt unzählige Möglichkeiten, eigene Kryptogramme zu erfinden.

Aufgabe 3

Schlittenfahrt durch den Winterhimmel

Zuerst soll die Entfernung zwischen Winterruhe und Tannengrün berechnet werden.
Nach 10 Minuten hat Lars die 10km von Winterruhe nach Frostzeit zurückgelegt, er „startet" dort also um 5:25, da er erst um 5:15 in Winterruhe gestartet ist. Sei x nun die Fahrzeit von Rudolf in Minuten von Frostzeit nach Tannengrün. Dann gilt:

$$40x = 60(x - 40)$$
$$\Leftrightarrow\ 40x = 60x - 2400$$
$$\Leftrightarrow\ 2400 = 20x$$
$$\Leftrightarrow\ 120 = x$$

Rudolf benötigt also für die Strecke von Frostzeit nach Tannengrün 2h, also ist die Strecke 80km lang. Damit ergibt sich für die gesamte Strecke von Winterruhe nach Tannengrün eine Gesamtlänge von 90km.

Um zu berechnen, wann Lars Rudolf überholt, wissen wir wieder, dass Lars um 5:25 in Winterruhe „startet" und Rudolf bis dahin noch nicht eingeholt hat. Sei nun y die Fahrzeit von Rudolf bis zum „Eingeholtwerden" in Minuten.

$$40y = 60*(y - 25)$$
$$40y = 60y - 1500$$
$$1500 = 20y$$
$$75 = y$$

Nach 75 Minuten wird also Rudolf eingeholt, da ist es 6:15 und Lars ist bereits eine Stunde unterwegs, hat also schon 60km zurückgelegt.