



Aufgabe 1

Weihnachtsmännerangel



Die fünf Weihnachtsmänner Knut, Kurt, Curtis, Kuno und Karol haben von der Weihnachtszentralverwaltung 150 Geschenke zugeteilt bekommen, die sie an Heilig Abend unter die Weihnachtsbäume legen sollen. Irgendetwas ist dabei jedoch schief gelaufen, da sie unterschiedlich viele Geschenke zugeteilt bekommen haben und jeder der fünf Weihnachtsmänner aber besonders gerne Geschenke verteilt. So macht Kurt den Vorschlag die Geschenke gleichmäßig auf alle Weihnachtsmänner aufzuteilen. Er müsse dabei allerdings keine Geschenke abgeben aber würde auch kein Geschenk dazu bekommen. Damit ist Knut jedoch überhaupt nicht einverstanden, da er als einziger einen Teil seiner Geschenke abgeben müsste. Er springt empört auf seinen Rentierschlitten und fliegt in den winterlichen Himmel hinaus.

Nun schlägt Curtis vor die restlichen Geschenke so unter den verbleibenden Weihnachtsmännern aufzuteilen, dass wiederum jeder gleich viele erhält. Dabei würde er jedoch keine Geschenke verlieren oder dazu erhalten, nur Kurt würde Geschenke an die anderen abgeben müssen. Auch Kurt entflieht auf seinen Rentierschlitten in den winterlichen Himmel.

Danach überlegt Kuno gutmütig die Geschenke wiederum gleichmäßig aufzuteilen, wobei er selbst weder einen Vorteil noch einen Nachteil haben würde.

Dies lehnt jetzt aber Curtis ab und macht sich selbst daran die Geschenke nach seinen Vorstellungen zu verteilen. Er hinterlässt zwei verduzt aussehende Weihnachtsmänner, die ihre beiden Geschenktäcke mustern. Dabei stellen sie fest, dass einer von ihnen zwei Geschenke mehr hat als der andere. Beide springen sie mit einem lautem, weihnachtlichem „HOHOHO“ auf ihren Schlitten. Zurück bleibt nur etwas magischer Glitzerstaub.

Aufgabe 2

Quadratische Gleichungen überall

Zeige: Hat die quadratische Gleichung $x^2 + ax + a = 0$ mit $a \in \mathbb{R}$ die reellen Lösungen x_1, x_2 , so gilt:

$$x_1 + x_2 \leq \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2)$$



Aufgabe 3

Lebkuchenbäckerei

Es ist Advent: Die mathematikbegeisterte Lea backt Lebkuchen auf einem quadratischem Blech.

a) Sie hat den Teig so eingeritzt, dass lauter kleine Quadrate entstanden sind und zwar genau 100. Jetzt fragt sie sich wie viele Quadrate auf dem Blech vorhanden sind, die ein oder mehrere kleine Quadrate umfassen.

b) Lea überlegt wie die Lösung, wie viele Quadrate auf dem Blech vorhanden sind, die ein oder mehrere kleine Quadrate umfassen, aussehen würde, wenn sie nicht nur 100 Quadrate hätte, sondern wenn beliebig viele kleine Quadrate entstanden sind und zwar genau n^2 .

