



### Aufgabe 1

#### Weihnachtsmännerangel

Die fünf Weihnachtsmänner Knut, Kurt, Curtis, Kuno und Karol haben von der Weihnachtszentralverwaltung Geschenke zugeteilt bekommen, die sie an Heilig Abend unter die Weihnachtsbäume legen sollen. Irgendetwas ist dabei jedoch schief gelaufen, da sie unterschiedlich viele Geschenke zugeteilt bekommen haben und jeder der fünf Weihnachtsmänner aber besonders gerne Geschenke verteilt.

So macht Kurt den Vorschlag die Geschenke gleichmäßig auf alle Weihnachtsmänner aufzuteilen. Er müsse dabei allerdings keine Geschenke abgeben aber würde auch kein Geschenk dazu bekommen. Damit ist Knut jedoch überhaupt nicht einverstanden, da er als einziger einen Teil seiner Geschenke abgeben müsste. Er springt empört auf seinen Rentierschlitten und fliegt in den winterlichen Himmel hinaus.

Nun schlägt Curtis vor die restlichen Geschenke so unter den verbleibenden Weihnachtsmännern aufzuteilen, dass wiederum jeder gleich viele erhält.

Dabei würde er jedoch keine Geschenke verlieren oder dazu erhalten, nur Kurt würde Geschenke an die anderen abgeben müssen. Auch Kurt entflieht auf seinen Rentierschlitten in den winterlichen Himmel.

Danach überlegt Kuno gutmütig die Geschenke wiederum gleichmäßig aufzuteilen, wobei er selbst weder einen Vorteil noch einen Nachteil haben würde. Dies lehnt jetzt aber Curtis ab und macht sich selbst daran die Geschenke nach seinen Vorstellungen zu verteilen. Er hinterlässt zwei verduzt aussehende Weihnachtsmänner, die ihre beiden Geschenktäcke mustern. Dabei stellen sie fest, dass einer von ihnen zwei Geschenke mehr hat als der andere. Beide springen sie mit einem lautem, weihnachtlichem „HOHOHO“ auf ihren Schlitten. Zurück bleibt nur etwas magischer Glitzerstaub.



### Aufgabe 2

#### Verzwickte Ungleichung

Zeigen Sie, dass für  $a, b, x, y \in \mathbb{R}^+$  die folgende Ungleichung allgemeingültig ist.

$$\frac{1}{2} \left( \left( x \cdot \frac{a}{b} + y \right)^2 + \left( x \cdot \frac{b}{a} + y \right)^2 \right) \geq (x + y)^2$$



### Aufgabe 3

#### Wichtelpunsch

Auch im Winter mixen und verkaufen die Wichtel ihren Erdbeer-Himbeerpunsch. Um diesen zusammen zu mixen mischen sie zu einem Anteil frischen Himbeersaft den zehnfachen Anteil frischen Erdbeersaft. Dabei ist im Winter der Erdbeersaftpreis doppelt so hoch wie der Himbeersaftpreis. Im Frühjahr wird der hohe Erdbeersaftpreis um 20% gesenkt.



Wenn nun die Wichtel im Frühjahr jede Woche die gleiche Menge Geld wie im Winter zum Kauf von Erdbeer-Himbeersaft ausgeben werden, das leckere Mischverhältnis jedoch beibehalten wollen, um wie viel können sie dann die Produktionsmenge in Prozent steigern?