www.mathe-treff.de

Mathetreff: Lösungen zu den Knobelaufgaben
für die Klassen 7 und 8
Januar- Februar 2011

Aufgabe 1

2011 - quadratisch/ kubisch?

a) 2011 = 1936 + 75 = 1936+49+25+1
   2011 = 1849+162 = 1849+121+36+4+1
   2011 = 1681+289+25+16
   (Du hast sicher schon erkannt, dass abschließend Quadratzahlen verwendet wurden.)

b) 2011 = 1000+512+343+125+27+8-1
   2011 = 6859-4913+64+1
   2011 = 19683-17576-512+343+64+8+1
   (Überprüfe bitte selbst, dass Kubikzahlen verwendet wurden.)

Aufgabe 2

Treffpunkt

Um 13:00Uhr fahren der Autofahrer („A“) und die Radfahrerin („R“) von Einhausen (“E“) über die Landstraße in Richtung Raststätte Fernblick („F“). Weil A zwei Stunden bis F braucht, ist F 150km von E entfernt. Um 16:30Uhr bricht A zur Rückfahrt auf; bis dahin ist R 52,5km weit gefahren.
Auf 150km – 52.5km = 97,5km fahren beide mit einer Annäherungsgeschwindigkeit von 90km/h auf einander zu; dazu brauchen sie bis zur Begegnung 97,5/90 h= 1h 5min.
Sie begegnen sich also um 13:00Uhr + 3h 30min + 1h 5min = 17:35Uhr.
Bis 17:35 Uhr fuhr R 68,75km; sie treffen sich 68,75km von E entfernt.
(Anmerkung: R hatte wohl ein anderes Ziel als A auf der Strecke von E nach F; sie hätte sonst 10h Fahrzeit -ohne Pause- gebraucht.)

Jonas H. aus Rahden, Klasse 7, löst das Problem auf folgende Weise:
Rosemarie fährt 15 km/ h, d.h. sie fährt pro Minute 0,25 km. Antonio fährt 75 km/h, also pro Minute 1,25 km. In zwei Stunden legt Antonio 150 km zurück, denn $120\,\text{min} \cdot 1{,}25 km/\text{min} = 150 km$.
In zwei Stunden hat aber Rosemarie erst 30 km zurückgelegt, denn $120\,\text{min} \cdot 0{,}25 km/\text{min} = 30 km$.
Der Weg von Einhausen zur Raststätte Fernblick beträgt also 150 km. Antonio wartet in der Raststätte Fernblick 90 min.
In der Zeit ist Rosemarie 22,5 km weiter gefahren, denn $90\,\text{min} \cdot 0{,}25 km/\text{min} = 22{,}5 km$. Insgesamt hat sie also schon 52,5 km zurückgelegt, wenn Antonio beginnt, ihr entgegen zu fahren.
Wenn Antonio bei 150 km wieder den Rückweg startet, startet Rosemarie also bei 52,5 km. Bis jetzt sind schon 3 Stunden und 30 Minuten vergangen. Nun bewegen sie sich aufeinander zu, und ich muss herausfinden, wann und wo sie sich treffen. Das mache ich mit einer Tabelle. Ich lasse die Beiden aufeinander zufahren und gucke, wann sie denselben Ort erreichen.

Zeitpunkt	Kilometermarke, wo Antonio ist [km]	Kilometermarke, wo Rosemarie ist [km]
3h 30 min	150	52,5
4h	$150 - 30\,\text{min} \cdot 1{,}25/\text{min} = 112{,}5$	$52{,}5 - 30\,\text{min} \cdot 0{,}25/\text{min} = 60$
4h 30 min	$150 - 60\,\text{min} \cdot 1{,}25/\text{min} = 75$	$52{,}5 - 60\,\text{min} \cdot 0{,}25/\text{min} = 67{,}5$
4h 35 min	$150 - 65\,\text{min} \cdot 1{,}25/\text{min} = 68{,}75$	$52{,}5 - 65\,\text{min} \cdot 0{,}25/\text{min} = 68{,}75$

Antwort: Rosemarie und Antonio treffen sich nach 4 Stunden und 35 Minuten, also um 17:35 Uhr, 68,75 km von Einhausen entfernt.

Aufgabe 3

Einteiler -ein Teiler

Niklas H. aus Rahden wählt als Beispiel 123;
123+132+213+231+321+312=1332; 1332:74=18.
Im Spezialfall gilt also die Behauptung, deren Allgemeingültigkeit nun unter die Lupe genommen wird:
Für die Ziffern r, s und t gilt: Sie sind natürliche Zahlen mit der Eigenschaft $0<r,s,t<10$.
(rst), (rts), (srt), (str), (trs) und (tsr) sind dann alle denkbaren Kombinationen im Zehnersystem mit den Werten $100r+10s+t$, $100r+10t+s$, $100s+10r+t$, $100s+10t+r$, $100t+10r+s$, $100t+10s+r$; als Summe dieser sechs Zahlen ergibt sich der Wert $222r+222s+222t = 222(r+s+t)$.
Die Summe ist also ein Vielfaches von 222 und damit durch alle Teiler von 222 teilbar – so auch durch 74.