



Aufgabe 1

Funktion

Es gilt also wegen der Aufgabenstellung

$$f(x + y) = f(x) + f(y) \quad (1)$$

$$f(1) + f(2) = 7 \quad (2)$$

$$\text{Nach (1) gilt } f(1 + 1) = f(1) + f(1) = 2 \cdot f(1) \quad (3)$$

Setzt man (3) in (2) ein erhält man: $f(1) + 2 \cdot f(1) = 3 \cdot f(1) = 7$, also ist $f(1) = \frac{7}{3}$.

$$\text{Nach (1) gilt auch } f(1) = f\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

Mit (3) und (4) folgen: $\frac{7}{3} = 2 \cdot f\left(\frac{1}{2}\right)$, also $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6}$.

Der Funktionswert der Funktion f an der Stelle $\frac{1}{2}$ beträgt $\frac{7}{6}$.

Aufgabe 2

Im Dreieck

Voraussetzung:

Gegeben ist ein Dreieck ABC , das bei Punkt C einen rechten Winkel hat, $\angle ACB = 90^\circ$. Die Höhe h_c ist die Höhe auf der Hypotenuse c und die Seiten a und b sind die Katheten. Für die Hypotenusenabschnitte gelten folgende Bezeichnungen:

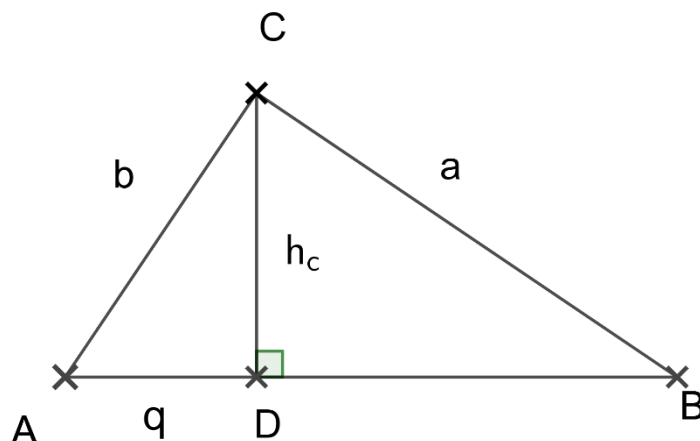
$$q = \overline{AD} \text{ und } p = \overline{DB}.$$

Es werden ohne Beweis folgende Sätze vorausgesetzt:

$$\text{Satz des Pythagoras: } c^2 = a^2 + b^2. \quad (1)$$

$$\text{Kathetensätze: } a^2 = p \cdot c \text{ und } b^2 = q \cdot c \quad (2)$$

$$\text{Höhensatz: } h_c^2 = p \cdot q \quad (3)$$



Behauptung: In jedem rechtwinkligen Dreieck mit den obigen Bezeichnungen gilt:

$$\left(\frac{1}{h_c}\right)^2 = \left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2$$

Beweis:

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 = \frac{b^2+a^2}{a^2 \cdot b^2} = \frac{c^2}{a^2 \cdot b^2} = \frac{c^2}{pc \cdot qc} = \frac{c^2}{c^2 \cdot pq} = \frac{1}{pq} = \frac{1}{h_c^2} \quad (4)$$

Voraussetzung gleichnamig nach(1) nach(2) nach(2) kürzen nach(3)

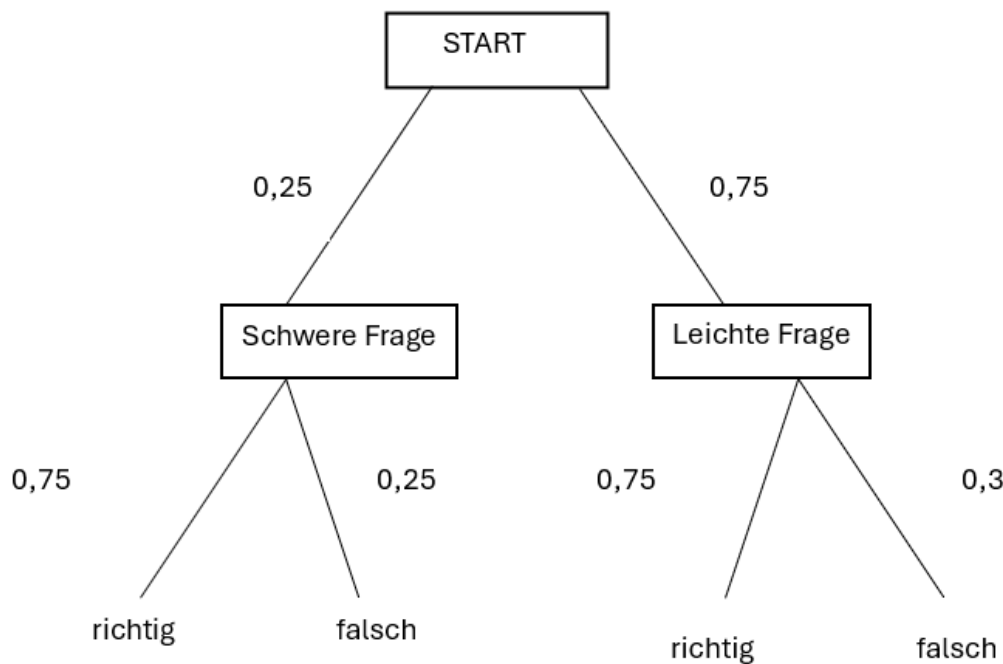
Auf der linken Seite steht die Voraussetzung und durch äquivalente Umformungen der linken Seite unter Anwendung der Sätze (1), (2) und (3) ergibt sich die rechte Seite.

Die rechte Seite der Gleichungskette ist die Behauptung.

Aufgabe 3

Quizz

Man löst diese Aufgabe mit Hilfe eines Baumdiagramms.



Für die Wahrscheinlichkeit, eine Frage richtig zu beantworten gilt:

$$P(\text{richtig}) = 0,25 \cdot 0,75 + 0,75 \cdot 0,75 = 0,75 .$$

Carla beantwortet eine Frage des Quiz mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 % richtig.