www.mathe-treff.de

Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben

für die Klassen 9 und 10 (Sekundarstufe I)
April bis Juni 2019

Aufgabe 1

Drei Einkäufe

Wir stellen zuerst ein lineares Gleichungssystem auf. Dabei soll t für den Preis einer Flasche „Toll und saftig“ stehen, l für den Preis einer Packung „Lecker lecker“ und k für den Preis einer Packung „Knackig und toll“. Für Jutta ergibt sich dann die Gleichung $4\,t + 2\,l + 5\,k = 26{,}60$ Euro. Kristina hat einen Rabatt von 10 Prozent erhalten. Wir teilen daher ihren Gesamtpreis von 134,10 Euro durch 0,9, um den ursprünglichen Preis von 149 Euro zu erhalten. Damit ergibt sich als zweite Gleichung: $20t + 10\,l + 30\,k = 149$. Bei Katrin ersetzen wir die fünf Flaschen „Eiskalt und toll“ durch fünf Flaschen „Toll und saftig“. Dadurch muss sie fünf mal 0,30 Euro gleich 1,50 Euro weniger bezahlen. Als dritte Gleichung ergibt sich $5t + 3\,l + 2\,k = 20{,}80$ Euro. Wir haben also die folgenden Gleichungen:

I. $4\,t + 2\,l + 5k = 26{,}60$
II. $20t + 10l + 30k = 149$
III. $5t + 3l + 2k = 20{,}80$

Wir formen die erste Gleichung um: $2\,l = 26{,}60 - 5k - 4\,t$ bzw. $l = 13{,}30 - 2{,}5\,k - 2\,t$ und setzen dies in die beiden anderen Gleichungen ein:

II. $20\,t + 10$ mal $(13{,}30 - 2{,}5\,k - 2t) + 30\,k = 149$ bzw. $20t + 133 - 25\,k - 20t + 30k = 149$. Dies lässt sich vereinfachen zu $5k = 16$ bzw. $k = 3{,}20$ Euro.
III. $5\,t + 3$ mal $(13{,}30 - 2{,}5\,k - 2t) + 2\,t = 20{,}80$ bzw. $5t + 39{,}90 - 7{,}5\,k - 6\,t + 2k = 20{,}80$. Dies lässt sich vereinfachen zu $-t - 5{,}5\,k = -19{,}10$.

Da k bereits ausgerechnet wurde, ergibt sich: $-t - 17{,}60 = -19{,}10$, bzw. $t = 1{,}50$ Euro.
Zum Schluss setzen wir k und t in $l = 13{,}30 - 2{,}5\,k - 2\,t$ ein und erhalten $l = 2{,}30$ Euro.

Als Ergebnis ergibt sich: Eine Flasche „Toll und saftig“ kostet 1,50 Euro, eine Flasche „Eiskalt und toll“ 1,80 Euro, eine Packung „Lecker lecker“ 2,30 Euro und eine Packung „Knackig und toll“ 3,20 Euro.

Aufgabe 2

Kalendersysteme

a) Der Unterschied zwischen den beiden Kalendersystemen beträgt im Moment 13 Tage. In allen durch 100 aber nicht durch 400 teilbaren Jahren vergrößert sich der Unterschied um einen Tag. Das bedeutet, dass er sich zuletzt im Jahre 1900 um einen Tag von zwölf auf 13 vergrößert hat. Wir müssen also vom 08. Februar 1810 zwölf Tage zurück gehen und erhalten den 27. Januar 1810 im julianischen Kalender.

b) Das nächste durch 100 aber nicht durch 400 teilbare Jahr wird das Jahr 2100 sein, der Unterschied wird im Jahre 2124 also 13 plus 1 gleich 14 Tage betragen. Vom 09. August 2124 müssen wir daher 14 Tage weiter gehen und erhalten den 23. August 2124 im gregorianischen Kalender.

c) Momentan beträgt der Unterschied 13 Tage. Wir suchen das Jahr, wo der Unterschied auf 365 Tage angewachsen sein wird. Dabei ist zu beachten, dass dann der gregorianische dem julianischen

Kalender ein ganzes Jahr voraus sein wird. Eine Vergrößerung des Unterschieds um einen Tag erfolgt in Jahreszahlen der Form XXX00, wenn die Zahl nicht durch 400 teilbar ist. Mit anderen Worten: Der Unterschied wächst in jeweils 400 Jahren um drei Tage an. Dann wächst er in 4000 Jahren um 30 Tage und in 40.000 Jahren um 300 Tage an. Demnach müsste er in 46.800 Jahren um 351 Tage auf 364 Tage anwachsen. Der 16. März 48819 des gregorianischen Kalenders würde also dem 17. März 48818 des julianischen Kalenders entsprechen. Der Unterschied würde sich im Jahre 48.900 des julianischen Kalenders wieder um einen Tag vergrößern, also im Jahre 48.901 des gregorianischen Kalenders. Die Antwort ist also: Der 16. März des einen Kalenders würde dem 16. März des anderen Kalenders ab dem Jahr 48.901 des gregorianischen Kalenders wieder entsprechen.

Aufgabe 3

Rätsel

Wir stellen eine Gleichung für die angegebene Division auf, wobei a für die von ihm gewählte Zahl steht: (a + 11) durch (a – 9) = n mit n als einer einstelligen natürlichen Zahl. Nun lösen wir nacheinander die Gleichung für die einstelligen natürlichen Zahlen:

I. n ist 0
(a + 11) durch (a – 9) = 0   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 0
a = – 11

II. n ist 1
(a + 11) durch (a – 9) = 1   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = a – 9
11 = – 9   Es gibt keine Lösung

III. n ist 2
(a + 11) durch (a – 9) = 2   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 2a – 18
a = 29

IV. n ist 3
(a + 11) durch (a – 9) = 3   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 3a – 27
38 = 2a
a = 19

V. n ist 4
(a + 11) durch (a – 9) = 4   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 4a – 36
47 = 3a
a = 47/3

VI. n ist 5
(a + 11) durch (a – 9) = 5   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 5a – 45
56 = 4a
a = 14

VII. n ist 6
(a + 11) durch (a – 9) = 6   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 6a – 54
65 = 5a
13 = a

VIII. n ist 7
(a + 11) durch (a – 9) = 7   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 7a – 63
74 = 6a
a = 37/3

IX. n ist 8
(a + 11) durch (a – 9) = 8   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 8a – 72
83 = 7a
a = 83/7

X. n ist 9
(a + 11) durch (a – 9) = 9   Wir multiplizieren mit (a – 9)
a + 11 = 9a – 81
92 = 8a
a = 11,5

Die Aufgabe ist also nicht eindeutig lösbar. Norbert könnte eine der folgenden Zahlen betrachtet haben: – 11; 29; 19; 47/3; 14; 13; 37/3; 83/7 und 11,5.