



Aufgabe 1

Backe, backe Kuchen

Es gibt bei dieser Aufgabe mehrere Möglichkeiten, auch z. B. durch Probieren, die Aufgabe zu lösen.

Die Größe der Kuchenformen kann anhand des Tütchens mit Vanillinzucker abgeschätzt werden.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin das Volumen der einzelnen Teigbestandteile mit der gleichen Menge Wasser abzuschätzen, die entsprechende Wassermenge in die jeweilige Kuchenform zu füllen und dann begründet eine Aussage zu treffen. Da das Volumen meist durch das Aufschlagen von Butter, Zucker und Eiern etwas erhöht wird, sollte hier noch etwas Platz nach Umfüllen in die Form sein.

Berechnung des ungefähren Volumens der Kastenform:

Länge und Höhe werden abgeschätzt oder aber einer vorhandenen Kastenform entnommen.

Breite der Kastenform unten und innen: 8 cm

Länge der Kastenform unten und innen: 21,5 cm

Breite der Kastenform oben und innen: 10,5 cm

Länge der Kastenform oben und innen: 24,5 cm

Höhe der Kastenform innen: 7 cm

Aus der Kastenform wird ein Quader mit dem Volumen $V = 8\text{cm} \cdot 21,5\text{ cm} \cdot 7\text{cm} = 1240\text{ cm}^3$ ausgeschnitten

Es bleiben an den Seiten je 2 gleiche Prismen und die Ecken der Kuchenform übrig.

Die Prismen lassen sich zu je einem Quader ergänzen .

$$V(\text{Quader1}) = 3\text{cm} \cdot 8\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 168\text{ cm}^3$$

$$V(\text{Quader2}) = 21,5 \cdot 3\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 451,5\text{ cm}^3.$$

Die Ecken der Kuchenform können mit dem Volumen einer Pyramide angenähert werden:

$$V(\text{Ecken}) = \frac{1}{3} \cdot 2,5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 7\text{cm} = 17,5\text{ cm}^3$$

Die Kastenform hat ein ungefähres Volumen von $(17,5 + 451,5 + 168 + 1240)\text{cm}^3 \approx 1877\text{ cm}^3$

Berechnung des ungefähren Volumens der runden Kuchenform:

Höhe der Kuchenform: 6,3 cm

Radius außen der Kuchenform: $\frac{25}{2}\text{ cm}$

Radius innen: 4cm

Das Volumen der runden Kuchenform läßt sich durch die Differenz der beiden Zylinder berechnen.

Berechnung des Differenz der beiden Zylinder:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3,14 \cdot ((12,5)^2 - 4^2) \cdot 6,3\text{ cm}^3 \approx 2775\text{ cm}^3.$$

Abschätzen der Kuchenbestandteile:

250g Butter: $9 \cdot 7,5 \cdot 3,5\text{ cm}^3 \approx 236\text{ cm}^3$ Volumen im Messbecher (Zylinder)

250g Zucker: $8,5 \cdot (5,5/2)^2 \cdot \pi \approx 202\text{ cm}^3$

500g Mehl: $10 \cdot (5,5/2)^2 \cdot \pi \approx 240\text{ cm}^3$

4 Eier: ca. $50\text{ml} \cdot 4 = 200\text{ml} = 200\text{cm}^3$ (Wasserverdrängung)

1 Päckchen Vanillinzucker, 1 Päckchen Backpulver, 5 Eßlöffel Milch, 5 Eßlöffel Kakaopulver: ca. 200 cm^3

Kuchenbestandteile: ca. 1100 cm^3

Beide Formen können das Volumen des Teiges aufnehmen.

Aufgabe 2

Zaubern mit Mathematik - Die sieben Zauberzahlen

Die Summe von sieben aufeinanderfolgende natürliche Zahlen:

$$(a + a+1 + a+2 + a+3 + a+4 + a+5 + a+6)$$

Die Summe von sieben aufeinanderfolgende natürliche Zahlen geteilt durch 7:

$$(a + a+1 + a+2 + a+3 + a+4 + a+5 + a+6) : 7$$

Die Summe von sieben aufeinanderfolgende natürliche Zahlen geteilt durch 7 und dann addiert mit 6:

$$(a + a+1 + a+2 + a+3 + a+4 + a+5 + a+6) : 7 + 6$$

$$= (7a + 21) : 7 + 6$$

$$= a + 3 + 6$$

$$= a + 9$$

Anna muss lediglich 9 von den genannten Zahlen der Gästen subtrahieren um die Lieblingszahlen der Gäste zu nennen.

Aufgabe 3

Zahlsysteme

Die Ziffernfolge 3409 muss auf Grund der Ziffer 9 mindestens aus dem 10er System stammen. Die Ziffernfolge 23441 muss mindestens aus dem 5er-System stammen.

Die Dezimalzahl 3409 wird ins 6er-System umgewandelt.

Die Stufenzahlen im 6er System sind 1, 6, 36, 216, 1296, 7776, etc..

Ermittle wie oft die Stufenzahlen begonnen mit der größtmöglichen Stufenzahl in der Dezimalzahl enthalten ist.

1. Teile die Zahl durch die größtmögliche Stufenzahl also 1296.

$$3409 : 1296 = 2 \text{ Rest } 817$$

2. Teile den erhaltenen Rest durch die nächstgrößere Stufenzahl usw.

$$817 : 216 = 3 \text{ Rest } 169$$

$$169 : 36 = 4 \text{ Rest } 25$$

$$25 : 6 = 4 \text{ Rest } 1$$

$$1 : 1 = 1$$

Die Quotienten ergeben die Ziffernfolge im 6er System: (23441)₆

oder mit Hilfe der Reste:

Teile die Zahl immer ohne Berücksichtigung des Restes durch 6 bis sich Null mit Rest ergibt.

$$3409 : 6 = 568 \text{ Rest: } 1$$

$$568 : 6 = 94 \text{ Rest: } 4$$

$$94 : 6 = 15 \text{ Rest: } 4$$

$$15 : 6 = 2 \text{ Rest: } 3$$

$$2 : 6 = 0 \text{ Rest: } 2$$

Als Ergebnis ergibt sich 23441.