



Aufgabe 1

Backe, backe Kuchen

Es gibt bei dieser Aufgabe mehrere Möglichkeiten, auch z. B. durch Probieren, die Aufgabe zu lösen.

Die Größe der Kuchenformen kann anhand des Tütchens mit Vanillinzucker abgeschätzt werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin das Volumen der einzelnen Teigbestandteile mit der gleichen Menge Wasser abzuschätzen, die entsprechende Wassermenge in die jeweilige Kuchenform zu füllen und dann begründet eine Aussage zu treffen. Da das Volumen meist durch das Aufschlagen von Butter, Zucker und Eiern etwas erhöht wird, sollte hier noch etwas Platz nach Umfüllen in die Form sein.

Berechnung des ungefähren Volumens der Kastenform:

Länge und Höhe werden abgeschätzt oder aber einer vorhandenen Kastenform entnommen.

Breite der Kastenform unten und innen: 8 cm

Länge der Kastenform unten und innen: 21,5 cm

Breite der Kastenform oben und innen: 10,5 cm

Länge der Kastenform oben und innen: 24,5 cm

Höhe der Kastenform innen: 7 cm

Aus der Kastenform wird ein Quader mit dem Volumen $V = 8\text{cm} \cdot 21,5\text{ cm} \cdot 7\text{cm} = 1240\text{ cm}^3$ ausgeschnitten

Es bleiben an den Seiten je 2 gleiche Prismen und die Ecken der Kuchenform übrig.

Die Prismen lassen sich zu je einem Quader ergänzen .

$$V(\text{Quader1}) = 3\text{cm} \cdot 8\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 168\text{ cm}^3$$

$$V(\text{Quader2}) = 21,5 \cdot 3\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 451,5\text{ cm}^3.$$

Die Ecken der Kuchenform können mit dem Volumen einer Pyramide angenähert werden:

$$V(\text{Ecken}) = \frac{1}{3} \cdot 2,5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 7\text{cm} = 17,5\text{ cm}^3$$

Die Kastenform hat ein ungefähres Volumen von $(17,5 + 451,5 + 168 + 1240)\text{cm}^3 \approx 1877\text{ cm}^3$

Berechnung des ungefähren Volumens der runden Kuchenform:

Höhe der Kuchenform: 6,3 cm

Radius außen der Kuchenform: $\frac{25}{2}\text{ cm}$

Radius innen: 4cm

Das Volumen der runden Kuchenform läßt sich durch die Differenz der beiden Zylinder berechnen.

Berechnung des Differenz der beiden Zylinder:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3,14 \cdot ((12,5)^2 - 4^2) \cdot 6,3\text{ cm}^3 \approx 2775\text{ cm}^3.$$

Abschätzen der Kuchenbestandteile:

250g Butter: $9 \cdot 7,5 \cdot 3,5\text{ cm}^3 \approx 236\text{ cm}^3$ Volumen im Messbecher (Zylinder)

250g Zucker: $8,5 \cdot (5,5/2)^2 \cdot \pi \approx 202\text{ cm}^3$

500g Mehl: $10 \cdot (5,5/2)^2 \cdot \pi \approx 240\text{ cm}^3$

4 Eier: ca. $50\text{ml} \cdot 4 = 200\text{ml} = 200\text{cm}^3$ (Wasserverdrängung)

1 Päckchen Vanillinzucker, 1 Päckchen Backpulver, 5 Eßlöffel Milch, 5 Eßlöffel Kakaopulver: ca. 200 cm^3

Kuchenbestandteile: ca. 1100 cm^3

Beide Formen können das Volumen des Teiges aufnehmen.

Aufgabe 2

Zaubern mit Mathematik- Das doppelte Lottchen

Multiplizieren mit dem Produkt aus 13, 11 und 7 bedeutet multiplizieren mit 1001. Wenn man eine Zahl abc mit 1001 multipliziert, ergibt sich wegen der 10er und 100er Stelle Null genau $abcabc$. Multiplizieren mit 1001 bedeutet, dass die Zahl mit 1000 multipliziert wird – jetzt ergibt sich $abc\ 000$ – und noch die Zahl abc addiert wird – also ergibt sich $abc\ 000 + abc = abcabc$. Der Trick heißt das doppelte Lottchen, weil die Ziffernfolge der betrachteten dreistelligen Zahl verdoppelt wird.

Aufgabe 3

Eine viertägige Paddeltour

Die Tage werden benannt mit a , b , c und d .

Am 2. und 3. Tag sind sie 105 km gepaddelt, d. h. $b+c=105$ und zusätzlich gilt nach Moritz Aussage, dass sie am 2. Tag genau 7 km mehr als am 3. Tag zurückgelegt haben, also: $b = c+7$.

$$c+7+c = 105$$

$$c=49 \text{ und } b=49+7=56$$

Am ersten Tag sind sie nach Max Bericht $\frac{5}{16}$ der Gesamtstrecke und am letzten Tag $\frac{4}{16}$ der Gesamtstrecke gefahren, also gilt: $\frac{5}{16} + \frac{4}{16} = \frac{9}{16}$.

Damit ergibt sich, dass sie am 2. und 3. tag $\frac{7}{16}$ zurückgelegt haben,

$\frac{7}{16}$ entsprechen 105 km,

$\frac{1}{16}$ entsprechen 15 km,

$\frac{4}{16}$ entsprechen 60 km und

$\frac{5}{16}$ 75 km.

Die Gruppe hat insgesamt 240 km zurückgelegt , davon am ersten Tag 75 km, am zweiten Tag 56 km, am dritten Tag 49 km und am vierten Tag 60 km.