



Aufgabe 1

Backe, backe Kuchen

Es gibt bei dieser Aufgabe mehrere Möglichkeiten, auch z. B. durch Probieren, die Aufgabe zu lösen.

Die Größe der Kuchenformen kann anhand des Tütchens mit Vanillinzucker abgeschätzt werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin das Volumen der einzelnen Teigbestandteile mit der gleichen Menge Wasser abzuschätzen, die entsprechende Wassermenge in die jeweilige Kuchenform zu füllen und dann begründet eine Aussage zu treffen. Da das Volumen meist durch das Aufschlagen von Butter, Zucker und Eiern etwas erhöht wird, sollte hier noch etwas Platz nach Umfüllen in die Form sein.

Berechnung des ungefähren Volumens der Kastenform:

Länge und Höhe werden abgeschätzt oder aber einer vorhandenen Kastenform entnommen.

Breite der Kastenform unten und innen: 8 cm

Länge der Kastenform unten und innen: 21,5 cm

Breite der Kastenform oben und innen: 10,5 cm

Länge der Kastenform oben und innen: 24,5 cm

Höhe der Kastenform innen: 7 cm

Aus der Kastenform wird ein Quader mit dem Volumen $V = 8\text{cm} \cdot 21,5\text{ cm} \cdot 7\text{cm} = 1240\text{ cm}^3$ ausgeschnitten

Es bleiben an den Seiten je 2 gleiche Prismen und die Ecken der Kuchenform übrig.

Die Prismen lassen sich zu je einem Quader ergänzen .

$$V(\text{Quader1}) = 3\text{cm} \cdot 8\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 168\text{ cm}^3$$

$$V(\text{Quader2}) = 21,5 \cdot 3\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 451,5\text{ cm}^3.$$

Die Ecken der Kuchenform können mit dem Volumen einer Pyramide angenähert werden:

$$V(\text{Ecken}) = \frac{1}{3} \cdot 2,5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 7\text{cm} = 17,5\text{ cm}^3$$

Die Kastenform hat ein ungefähres Volumen von $(17,5 + 451,5 + 168 + 1240)\text{cm}^3 \approx 1877\text{ cm}^3$

Berechnung des ungefähren Volumens der runden Kuchenform:

Höhe der Kuchenform: 6,3 cm

Radius außen der Kuchenform: $\frac{25}{2}\text{ cm}$

Radius innen: 4cm

Das Volumen der runden Kuchenform läßt sich durch die Differenz der beiden Zylinder berechnen.

Berechnung des Differenz der beiden Zylinder:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3,14 \cdot ((12,5)^2 - 4^2) \cdot 6,3\text{ cm}^3 \approx 2775\text{ cm}^3.$$

Abschätzen der Kuchenbestandteile:

250g Butter: $9 \cdot 7,5 \cdot 3,5\text{ cm}^3 \approx 236\text{ cm}^3$ Volumen im Messbecher (Zylinder)

250g Zucker: $8,5 \cdot (5,5/2)^2 \cdot \pi \approx 202\text{ cm}^3$

500g Mehl: $10 \cdot (5,5/2)^2 \cdot \pi \approx 240\text{ cm}^3$

4 Eier: ca. $50\text{ml} \cdot 4 = 200\text{ml} = 200\text{cm}^3$ (Wasserverdrängung)

1 Päckchen Vanillinzucker, 1 Päckchen Backpulver, 5 Eßlöffel Milch, 5 Eßlöffel Kakaopulver: ca. 200 cm^3

Kuchenbestandteile: ca. 1100 cm^3

Beide Formen können das Volumen des Teiges aufnehmen.

Aufgabe 2

Paddeltour

Maja und Ulrike legen in 8 h zusammen die doppelte Entfernung zurück. Das entspricht der Zeit und der Entfernung zwischen erstem und zweitem Treffen. Die Entfernung wird aus einer einfachen Skizze deutlich.

Also gilt: $V_{\text{gesamt}} = 2s/8h$, s : Entfernung zwischen den beiden Orten.

In der Zeit, als sie sich das erste Mal treffen, hatten Sie einmal die Gesamtstrecke zurückgelegt.

Dafür brauchen Sie die Hälfte von 8 h also 4 Stunden. Also ist die Geschwindigkeit, mit der Ulrike paddelt, $40\text{km}/4\text{h}=10\text{km/h}$. In acht Stunden fährt Ulrike also 80 km, ist dann aber schon wieder 20 km von Sonnenschein zurück gepaddelt. Also ist die Gesamtentfernung

$60\text{ km} + 40\text{ km} = 100\text{ km}$.

Die Gesamtgeschwindigkeit ist $2 \cdot 100\text{ km}/8\text{h} = 25\text{ km/h}$, damit gilt $v(\text{Maja}) = 15\text{ km/h}$.

Aufgabe 3

Mathematik und die Teilbarkeit

Die Zahl a ist durch $24=3 \cdot 8$ teilbar, wenn a durch 3 und durch 8 teilbar sind. 3 und 8 sind teilerfremd. a ist durch 8 teilbar, wenn die die Zahl aus den letzten drei Ziffern durch 8 teilbar ist. Zusammen mit der zweiten Bedingung sieht die vierstellige Zahl wie folgt aus: $x13y$.

Lediglich 136 ist durch 8 teilbar.

Da die Zahl auch durch 3 teilbar sein muss, muss die Quersumme der gesuchten Zahlen durch 3 teilbar sein. Unter Berücksichtigung dieser Bedingung kommen nur die Zahlen 2136, 5136 und 8136 in Frage, da deren Quersumme jeweils durch 3 teilbar ist.

Die drei Zahlen 2136, 5136 und 8136 sind durch 24 teilbar und deren zweite Ziffer ist eine 1 und deren dritte eine 3.