www.mathe-treff.de

Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben

für die Klassen 7 und 8
Oktober bis Dezember 2019

Aufgabe 1

Schokotaler im Dreieck

a) Wir nummerieren die Schokotaler von der Spitze unten ausgehend nach oben und von links nach rechts mit den Zahlen 1 bis 10 durch, sodass z.B. oben links die Zahl 7 und oben rechts die Zahl 10 steht. Wir verschieben nun folgendermaßen, um die Schokotaler neu zu positionieren:

- den Schokotaler links oben mit der Zahl 7 links neben den Schokotaler mit der Zahl 2, schräg links unter dem Schokotaler mit der Zahl 4
- den Schokotaler ganz unten an der Spitze mit der Zahl 1 rechts neben den Schokotaler mit der Zahl 3, schräg rechts unter dem Schokotaler mit der Zahl 6
- den Schokotaler rechts oben mit der Zahl 10 nach oben an die (neue) Spitze, schräg über den beiden Schokotalern mit den Zahlen 8 und 9.

b) Wir bleiben bei den Nummerierungen von a). Zusätzlich bezeichnen wir die neuen Positionen der Schokotaler mit 11, 12 und 13, wieder angefangen von links unten (11), dann weiter zu rechts unten (12) und schließlich oben (13). Die Schokotaler mit den Zahlen 2,3,6,9,8 und 4 bilden ein regelmäßiges Sechseck. Legt man nun drei imaginäre Geraden durch die Schokotaler 8 und 9, 2 und 4 sowie 3 und 6, so schneiden sich jeweils zwei dieser Geraden in einem Eckpunkt des Dreiecks , also in den Schokotalern mit den Zahlen 1 , 7 und 10. Legt man nun auch wiederum drei imaginäre Geraden durch die die Schokotaler 4 und 8, 2 und 3 sowie 6 und 9, so schneiden sich jeweils zwei dieser drei Geraden, sodass die drei Schnittpunkte bei den Schokotalern 11, 12 und 13 entstehen. Dieses neue Dreieck hat auch drei gleich lange Seiten, denn es ist genau wie unser erstes Schokotalerdreieck mit den Talern 1, 7 und 10 durch „Fortsetzung“ des regelmäßigen Sechsecks 2,3,6,9,8,4 entstanden.

Aufgabe 2

Sportliches Eisvergnügen

Wir bezeichnen die gesuchte Anzahl der Kinder mit k. Die Anzahl der Disziplinen, die die Kinder bestritten, bezeichnen wir mit d.
Bei einer Disziplin werden also $4 + (k - 1) \cdot 1 = 3 + k$ Eiskristalle erzielt (als Gruppe). Insgesamt als Gruppe erzielten die Kinder bei d Disziplinen 80 Eiskristalle, also $d \cdot (k + 3) = 80$
Die Lösungen dieser Gleichung kann man am besten systematisch darstellen:

d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		18	19	20
k	77	37		17	13			7		5						2					1

Bei den Lücken, also k = 3,6, 10 usw. existieren keine ganzzahligen Lösungen.
Gibt es d= 5 Disziplinen oder sogar weniger, hätten mindestens acht Kinder kein einziges Mal den 1. Platz erzielt. (13 – 5 = 8).
Wären es umgekehrt k = 5 Kinder oder sogar weniger, dann hätte mindestens ein Kind vier Disziplinen gewinnen müssen. Laut Aufgabenstellung erzielten zwei Kinder kein einziges Mal den 1. Platz.
Daher müssen es sieben Kinder und acht Disziplinen gewesen sein.

Aufgabe 3

2019 – eine Widmung

Schauen wir uns zunächst die Zeilen an. Hier stehen nur ungerade Zahlen, und zwar stehen in der n-ten Zeile die ungeraden Zahlen zwischen $8 \cdot (n - 1)$ und 8n. Es gilt nun $2019 = 252 \cdot 8 + 3$. Daher steht 2019 in der 253-ten Zeile und in der 3. Spalte.