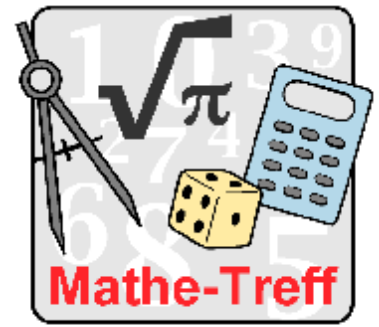




Aufgabe 1

Weihnachtsgeld

Voraussetzung für die folgenden Argumentation ist, dass alle Münzen einen identischen Radius haben.

Fährt die siebte Münze an einer Münze entlang, solange bis sie von dem Punkt, an dem sie genau zwei Münzen berührt, bis zu dem Punkt rollt, an dem sie wieder zwei Münzen berührt, so legt sie eine Drehung von 120 Grad zurück. Die Münze legt also insgesamt eine Drehung $6 \cdot 120$ Grad zurück. Dies entspricht zwei vollen Drehungen der Münze.

Da der Drehwinkel von 120 Grad davon abhängt, dass die Mittelpunkte von jeweils drei sich paarweise berührenden Münzen ein gleichseitiges Dreieck bilden, ist die gesamte Umdrehung unabhängig vom Radius der Kreise. Denn vergrößert oder verkleinert man den Radius aller sieben Münzen gleichmäßig, so bilden die Mittelpunkte dreier paarweise einander berührender Kreise weiterhin ein gleichseitiges Dreieck und der Drehwinkel der außen entlangfahrenden Münze bleibt stets gleich.

Aufgabe 2

Gute Vorsätze für das neue Jahr

Die Aufgabe lässt sich mit kombinatorischen Überlegungen systematisch lösen.

Touren über einen Ort:

Alsdorf - Ofen	Alsdorf - Herzogenrath	Alsdorf - Baesweiler	Alsdorf - Aldenhoven
0	$3 \cdot 2 = 6$	$2 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot 1 = 2$

Summe: 10

Touren über zwei Orte:

Alsdorf - Ofen - Herzogenrath	$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$
Alsdorf - Herzogenrath - Ofen	$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
Alsdorf - Herzogenrath - Baesweiler	$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
Alsdorf - Baesweiler - Herzogenrath	$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$
Alsdorf - Baesweiler - Aldenhoven	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
Alsdorf - Aldenhoven - Baesweiler	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Summe: 52

Touren über drei Orte:

Alsdorf - Ofen - Herzogenrath - Baesweiler	$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
Alsdorf - Baesweiler - Herzogenrath - Ofen	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 8$
Alsdorf - Herzogenrath - Baesweiler - Aldenhoven	$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$
Alsdorf - Aldenhoven - Baesweiler - Herzogenrath	$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$

Summe: 64

Touren über vier Orte:

Alsdorf - Ofden - Herzogenrath - Baesweiler - Aldenhoven	$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
Alsdorf - Ofden - Herzogenrath - Baesweiler - Aldenhoven	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 16$

Summe: 32

Insgesamt gibt es somit:

$10 + 52 + 64 + 32 = 158$ verschiedene Strecken, die Herr Maier fahren kann, bevor er zweimal dieselbe Strecke fahren muss.

Aufgabe 3

Ein Zahlenrätsel

Aus dem Text lassen sich folgende Gleichungen aufstellen.

T: Teilnehmeranzahl;

P: Anzahl der Preisträger;

K: Anzahl der Teilnehmer aus dem Kreisclub Junge Mathematiker

$$(1) T = 9 \cdot P$$

$$(2) T = 10 \cdot K$$

$$(3) 0,75 \cdot P = K - 6$$

Aus der dritten Gleichung ergibt sich $K = 0,75 \cdot P + 6$.

Einsetzen der dritten Gleichung in die zweite Gleichung und gleichsetzen der ersten und zweiten Gleichung ergibt:

$$9 \cdot P = 10 \cdot (0,75 \cdot P + 6)$$

$$\Leftrightarrow 9 \cdot P = 7,5 \cdot P + 60$$

$$\Leftrightarrow 1,5 \cdot P = 60$$

$$\Leftrightarrow P = 40$$

Einsetzen in die erste Gleichung liefert:

$$T = 9 \cdot 40 = 360$$

Somit hatte die Olympiade der Mathematik insgesamt 360 Teilnehmer.