



Aufgabe 1

Geheimnummer

Da die sechsstellige Zahl eine Spiegelzahl ist, also mit Variablen geschrieben $abcabc$, kann a nicht null sein, aber b , c können gleich sein.

Man probiert einfach alle dreistelligen Quadratzahlen durch – und überprüft ob sie bei der Division durch 3, 5 und durch 8 jeweils den Rest 1 lassen. Wenn eine Bedingung nicht erfüllt ist, muss man die anderen nicht weiter überprüfen. In der Tabelle wird dies durch einen – kenntlich gemacht.

Quadratzahl	Rest bei Division durch 3	Rest bei Division durch 5	Rest bei Division durch 8	erfüllt alle drei Bedingungen
100	1	0	-	Nein
121	1	1	1	Ja
144	0	-	-	Nein
169	1	4	-	nein
196	1	1	4	Nein
225	0	-	-	Nein
256	1	1	0	Nein
289	1	4	-	Nein
324	0	-	-	Nein
361	1	1	1	Ja
400	1	0	0	Nein
441	0	-	-	Nein
484	1	4	-	Nein
529	1	4	-	Nein
576	0	-	-	Nein
625	1	0	-	Nein
676	1	1	4	Nein
729	0	-	-	Nein
784	1	4	-	Nein
841	1	1	1	Ja
900	0	-	-	Nein
961	1	1	1	Ja

Laut dieser Tabelle erfüllen nur die Zahlen 121121, 361361, 841841 und 961961 die geforderten Bedingungen. Leider kann man aus diesen Angaben keine eindeutige Telefonnummer - bei bekannter Vorwahl angeben.

Aufgabe 2

Weihnachtskugeln

In einer Schachtel sind genau sechs gleiche Kugeln, welche sich nur in den Farben unterscheiden, also zwei rote, eine gelbe, eine blaue und zwei grüne Kugeln.

Theresa legt die Kugeln in eine Reihe nach hin. Da rot und gelb ihre beiden Lieblingsfarben sind, liegt natürlich eine rote Kugel auf dem ersten Platz und die gelbe Kugel auf dem zweiten Platz. Für die anderen vier Kugeln bleiben noch 4 Plätze übrig. Wären es vier unterschiedliche Kugeln so gäbe es $24 = 4!$ Plätze. Da aber zwei grüne Kugeln gleich und nicht unterscheidbar sind, muss man 24 durch 2 teilen und erhält zwölf Möglichkeiten. Durch systematisches Probieren kommt man auch auf die zwölf Möglichkeiten.

Oder fachsprachlich korrekt: Permutationen von 4 Elementen mit 2 identischen Kugeln, also $4! : 2! = 12$.

Aufgabe 3

Teelichter

Wir fangen mit 999 Resten an und erhalten $999 : 8 = 124 + 7$ Reste. Da jede der 124 Kerzen wieder einen Rest verursacht blieben nach dem ersten Gießdurchgang $124 + 7 = 131$ Reste übrig.

Beim zweiten Gießdurchgang erhält man $131 : 8 = 16$ Kerzen und es bleibt ein Rest von 3.

Zusammen ergeben sich 19 Reste.

Beim dritten Gießdurchgang kann man aus diesen $19 : 8 = 2$ Kerzen herstellen mit

Rest 3, zusammen ergibt das 5 Reste.

Er kann insgesamt also $124 + 16 + 2 = 142$ Kerzen gießen. Es bleiben leider noch 5 Reste übrig.