www.mathe-treff.deMathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben

Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben

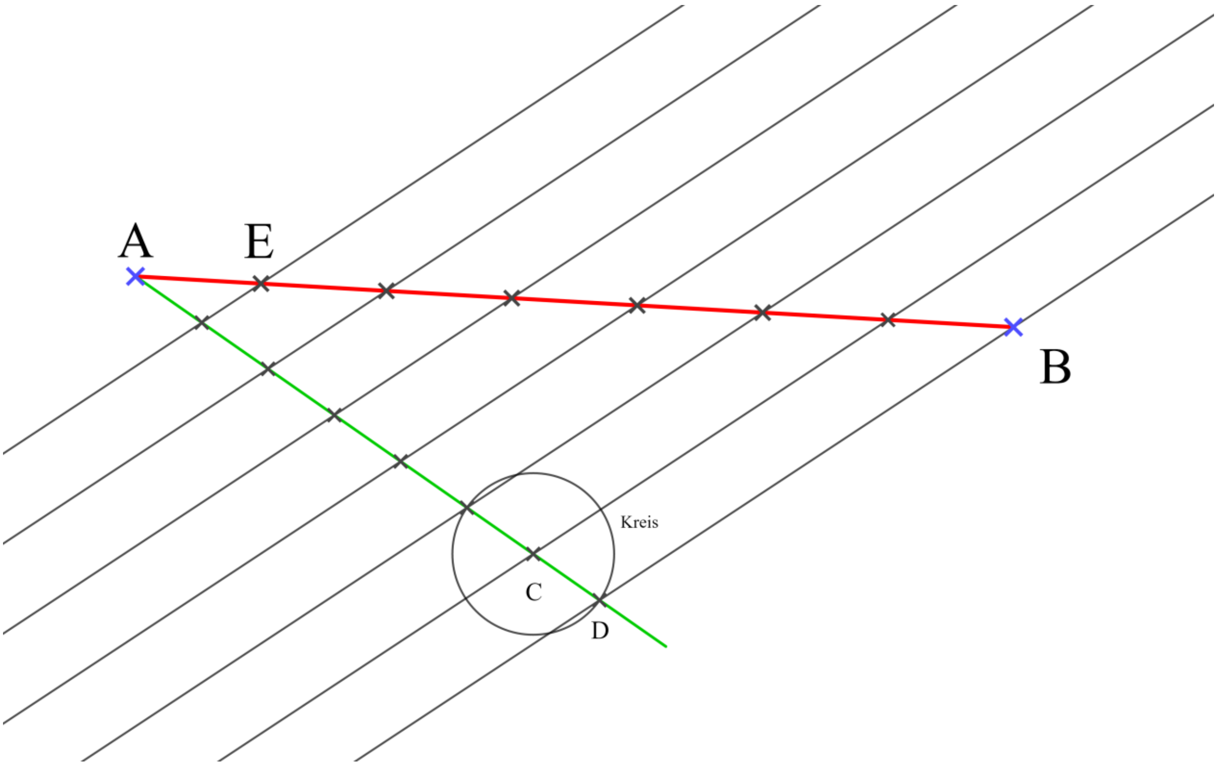
für die Oberstufe
Oktober bis Dezember 2020

© Bezirksregierung Düsseldorf

Aufgabe 1

Streckenzerlegung mit Opa Gustav

Geben ist die Strecke $\overline{AB}$, im Bild rot gezeichnet. Die Länge der Strecke ist nicht wichtig.
Anschließend zeichnet man ohne Beschränkung der Allgemeinheit vom Punkt A beginnend einen Strahl, Lage völlig unwichtig – hier grün dargestellt.
Danach trägt man mit dem Zirkel eine beliebige Streckenlänge, beginnend in A siebenmal auf diesem Strahl ab und erhält als letzten Punkt den Punkt D. Wie man den Punkt D erhält, ausgehend vom Punkt C ist in der Zeichnung kurz dargestellt. Anschließend zeichnet man die $\overline{DB}$.
Zum Schluss zeichnet man mit Hilfe der Parallelverschiebung zu $\overline{DB}$ noch sechs weitere Parallelen. Aufgrund der gleichen Abstände auf dem grünen Strahl müssen die entsprechenden Abschnitte der Strecke $\overline{AB}$ gleich lang sein. Begründung mit Hilfe des Strahlensatzes erster Teil.
Aufgrund der obigen Aussagen ist die Länge der Strecke $\overline{AE}$ ein siebtel so lang wie die gesamte Strecke von $\overline{AB}$.



© Ronald Kaiser, Mathematik-Treff

Aufgabe 2

Teelichter

a) Wir fangen mit 999 Resten an und erhalten 999 : 8 = **124** + 7 Reste. Da jede der 124 Kerzen wieder einen Rest verursacht blieben nach dem ersten Gießdurchgang 124 + 7 = 131 Reste übrig.

Beim zweiten Gießdurchgang erhält man 131 : 8 = **16** Kerzen und es bleibt ein Rest von 3. Zusammen ergeben sich 19 Reste.
Beim dritten Gießdurchgang kann man aus diesen 19 : 8 = **2** Kerzen herstellen mit Rest 3, zusammen ergibt das 5 Reste.
Er kann insgesamt also 124 + 16 + 2 = 142 Kerzen gießen. Es bleiben leider noch 5 Reste übrig.

b) Für das Volumen eines geraden Kreiszylinders mit dem Radius r und der Höhe h gilt: $V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h$.
Verliert der Durchmesser 3% seiner ursprünglichen Länge, so verliert der Radius gemäß $d = 2r$ auch 3% seiner ursprünglichen Länge, das gilt analog für die Höhe h, diese verliert allerdings nur 2% ihrer ursprünglichen Höhe. Es bleiben also noch 97% des Radius und 98% der Höhe „übrig“. Das bedeutet: $r_{\text{abgekühlt}} = 0{,}97 \cdot r$, und $h_{\text{abgekühlt}} = 0{,}98 \cdot h$.
Für das Volumen des abgekühlten Teelichtes folgt dann:
$V_{Z,\text{abgekühlt}} = \pi \cdot r_{\text{abgekühlt}}^2 \cdot h_{\text{abgekühlt}} = \pi \cdot (0{,}97\,r)^2 \cdot 0{,}98\,h \approx 0{,}922 \cdot V_Z$. Das Volumen des Teelichts hat sich nach dem Abkühlen um etwa 7,8% verkleinert.

c) Da das Wachs sich wie in Aufgabe b) verhält, ist es egal, wie viel Wachs man in flüssiger Form benötigt. Man braucht weniger, weil ja der Platz für den Docht frei gelassen wird. Der Körper ist dann ein Hohlzylinder, bei dem die gleichen Rechnungen wie bei b) gelten. Also verliert das Teelicht auch hier beim Abkühlen etwa 7,8 % seines Volumens.

Aufgabe 3

Pilzesammeln

a) Der „Trick“ ist, dass man alles auf die „Trockenmasse“ reduzieren muss.
Also 200 g Pilze mit einem Wassergehalt von 20% haben eine „Trockenmasse“ von 80% von 200 g = 160 g.
Jetzt sammeln sie Pilze mit einem Wasseranteil von 95%, aber die Trockenmasse bleibt bei 160 g, also 160 g $\triangleq$ 5%, also 100 % $\triangleq$ 3200 g.
Sie hätten also 3,2 kg Pilze mit einem Wassergehalt von 95% sammeln müssen.

b) 160 g Trockenmasse entsprechen jetzt 1%, also 100 % $\triangleq$ 16000 g. Sie hätten 16 kg sammeln müssen.

c) Annahme: Pro Waldbesuch dürfen pro Haushalt 2 kg Pilze pro Tag gesammelt werden. Unter dieser Annahme müssten sie achtmal in den Wald gehen und jeweils zwei Kilogramm Pilze sammeln.