**www.mathe-treff.de**

# Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben für die Oberstufe

## August bis Oktober 2021

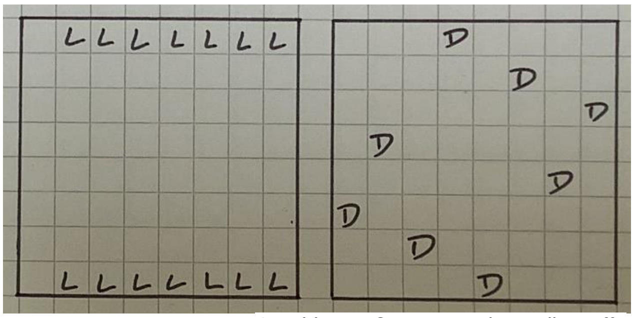


### Aufgabe 1

### Schach

Es können maximal 14 Läufer auf einem Schachbrett platziert werden, ohne das sie sich gegenseitig bedrohen. Das liegt daran, dass es insgesamt 15 Diagonalen gibt, die beiden Hauptdiagonalen aber zwei Eckfelder enthalten.

Es ist weiterhin möglich acht Damen auf einem Schachbrett zu platzieren, ohne das sie sich gegenseitig bedrohen.




© Tobias Rüßmann, Mathematik-Treff

### Aufgabe 2

### Punkte auf einem Kreis

Zeichnet man die Situation und trägt einige Strecken ein, so erkennt man schnell, dass es nur Strecken der Länge 1 bis 5 gibt. Strecken der Länge 1 verbinden zwei benachbarte Punkte und Strecken der Länge 5 verbinden zwei Punkte, die auf kürzestem Weg entlang des Kreises noch vier andere Punkte dazwischen haben.

Um ein Dreieck einzuzeichnen, müssen drei Punkte miteinander verbunden werden. Zunächst werden die Punkte auf dem Kreis im Uhrzeigersinn mit den Zahlen 1 bis 11 beschriftet. Jetzt überlegen wir, wie viele Dreiecke sich überhaupt einzeichnen lassen.

Von 1 aus können 10 verschiedene Strecken eingezeichnet werden (zu 2 bis 11). Vom zweiten Punkt aus können noch 9 verschiedene Strecken eingezeichnet werden, da bereits zwei Punkte miteinander verbunden sind. Um nun ein Dreieck zu erhalten, muss die dritte Strecke wieder zum Punkt 1 verlaufen. Auf diese Weise erhalten wir $10 \cdot 9 \cdot 1 = 90$ verschiedene Dreiecke, von denen ein Eckpunkt die Zahl 1 ist. Dies sind im übrigen alle Dreiecke, bei denen die Zahl 1 als Eckpunkt vorkommt.

Geht man nun zur nächsten Ecke über, der mit der Zahl zwei, so hat man für die erste Strecke noch 9, für die zweite Strecke noch 8 und für die dritte Strecke des Dreiecks noch 1 Möglichkeit. Die Zahlen sind um eins reduziert, da wir im vorherigen Schritt alle Dreiecke mit 1 als einem Eckpunkt ermittelt haben. Es gibt also $9 \cdot 8 \cdot 1 = 72$ weitere Dreiecke.

Führt man diese Überlegunen systematisch fort, so erhält man eine Gesamtanzahl von insgesamt

$90 + 72 + 56 + 42 + 30 + 20 + 12 + 6 + 2 = 330$ Dreiecken.

Um die Anzahl der gleichschenkligen Dreiecke zu bestimmen, sollte man sich zuerst klar machen, dass jede Streckenlänge von 1 bis 5 auf genau elf verschiedene Arten eingezeichnet werden kann. Folgende Kombinationen der Streckenlängen ergeben gleichschenklige Dreiecke:

1-1-2; 2-2-4; 3-3-5; 3-4-4; 1-5-5

Da jede Strecke genau elf Mal vorkommt, gibt es somit 55 verschiedene Möglichkeiten für eine gleichschenkliges Dreieck. Der Anteil an allen Dreiecken ist somit $\frac{55}{330} = \frac{1}{6}$.

**Aufgabe 3**

**Markusstraße**

Betrachtet man nur die beiden äußersten Punkte A und K, so hat jeder Punkt auf der Strecken zwischen A und K in der Summe denselben Abstand zu beiden Punkten.

Ebenso haben alle Punkte auf der Strecke zwischen B und J in der Summe denselben Abstand zu B und J. Führt man dieses Intervallschachtelungsprinzip fort, so kommt man zu dem Ergebnis, dass Aurelia eine Wohnung zwischen E und G suchen sollte. Idealerweise in demselben Haus, wie ihre Freundin, die an der Stelle F in der Markusstraße wohnt.