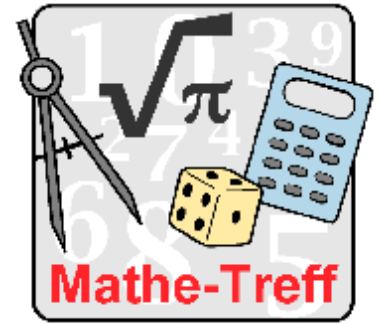


www.mathe-treff.de

**Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben
für die Klassen 9 und 10 (Sekundarstufe I)
Januar bis März 2022**



© Bezirksregierung Düsseldorf

Aufgabe 1

Würfel aus Dominos

Für die Anzahl der Dominosteine gilt: n^3 , die Anzahl der weißen Dominosteine ist demzufolge $(n - 2)^3$. Die Anzahl der braunen beträgt dann $n^3 - (n - 2)^3$. Laut Aufgabenstellung soll die Anzahl der braunen Steine 26 bzw. 152 sein. Es sind also die Gleichungen $n^3 - (n - 2)^3 = 26$ bzw. $n^3 - (n - 2)^3 = 152$ zu lösen. Nutzt man davor einen GTR so erhält man für $n^3 - (n - 2)^3 = 26$ also Lösung $n = 3$, ($n = -1$ entfällt). Es sind also $(3-2)^3 = 1$ weißer Dominostein enthalten.

$n^3 - (n - 2)^3 = 152$, hat die Lösungen $n = 6$, ($n = -4$ entfällt). Hier sind also $(6-2)^3 = 64$ weiße Dominosteine enthalten.

(Hinweis: $n^3 - (n - 2)^3 = n^3 - (n^3 - 6n^2 + 12n - 8) = 6n^2 - 12n + 8$.)

Aufgabe 2

Der Schnee in Jonsdorf

a) Die Schneemenge hat die Form eines Quaders, sein Volumen berechnet sich wie folgt:

$$V = \text{Länge} \cdot \text{Breite} \cdot \text{Höhe};$$

$$V = 50 \text{ m} \cdot 40 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} = 1000 \text{ m}^3.$$

b) $V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{12} \pi \cdot d^2 \cdot h$, mit $d = 2r$: Durchmesser und h : Höhe des Kegels.

Es soll nun gelten, dass $h = d$ ist und $V = 1000 \text{ m}^3$, also ergibt sich:

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{12} \pi \cdot d^2 \cdot d = \frac{1}{12} \pi \cdot d^3.$$

Mit $V = 1000 \text{ m}^3$ folgt: $1000 = \frac{1}{12} \pi \cdot d^3$, also $d \approx 15,6 \text{ m}$. Der Kegel wäre etwa 15,6 m hoch.

Aufgabe 3

Die Fahrt nach Jonsdorf

a) Wenn man davon ausgeht, dass alle fünf Sitzplätze gerecht unter den drei Kindern aufgeteilt werden, dann gibt es $5 \text{ mal } 4 \text{ mal } 3 = 60$ Pausen. Wenn es nur darum geht – wer hinter dem Fahrersitz auf diesem Sitzplatz sitzen darf – dann gibt es nur 3 Pausen, die durch den notwendigen Sitzplatzwechsel benötigt würden.

Hier ist die Aufgabenstellung bewusst etwas offener formuliert worden.

b) Es gelten die üblichen Gesetze: Weg = Geschwindigkeit mal Zeit.

Für die erste Hälfte der Strecke gilt: $s_1 = 60 \cdot t_1$, für die zweite Hälfte der Strecke gilt:

$s_2 = 80 \cdot t_2$. Da laut Aufgabenstellung die gesamte Strecke gleich $s_1 + s_2$ ist und $s_1 = s_2$ gilt, gilt auch $60 \cdot t_1 = 80 \cdot t_2$, also $t_2 = 0,75 \cdot t_1$.

Für die Durchschnittsgeschwindigkeit gilt: Gesamter Weg durch die dazu benötigte Zeit, also in Formel:

$$v_{\text{Durchschnitt}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{60t_1 + 80t_2}{t_1 + t_2} = \frac{60t_1 + 0,75 \cdot 80t_1}{t_1 + 0,75t_1} = \frac{120t_1}{1,75t_1} \approx 68,57 \text{ [km/h]}.$$

Johann hat nicht recht, weil die durchschnittliche Geschwindigkeit etwa in diesem Fall 68,6 km/h beträgt.