

Bezüge zum KLP

Inhaltsfeld 5 Relativität von Raum und Zeit

UMGANG MIT FACHWISSEN

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren das Michelson-Morley-Experiment als ein Indiz für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit (UF4).

ERKENNTNISGEWINNUNG

Die Schülerinnen und Schüler

- erklären anschaulich mit der Lichtuhr grundlegende Prinzipien der speziellen Relativitätstheorie und ermitteln quantitativ die Formel für die Zeitdilatation (E6, E7),
- erläutern qualitativ den Myonenzerfall in der Erdatmosphäre als experimentellen Beleg für die von der Relativitätstheorie vorhergesagte Zeitdilatation (E5, UF1).

KOMMUNIKATION

Die Schülerinnen und Schüler können

- erläutern die relativistische Längenkontraktion über eine Plausibilitätsbetrachtung (K3),
- beschreiben Konsequenzen der relativistischen Einflüsse auf Raum und Zeit anhand anschaulicher und einfacher Abbildungen (K3).

BEWERTUNG

Die Schülerinnen und Schüler

- diskutieren die Bedeutung von Schlüsselexperimenten bei physikalischen Paradigmenwechseln an Beispielen aus der Relativitätstheorie (B4, E7).

Demonstrationsexperiment

Das Demonstrationsexperiment ist aus einer Aufgabenstellung der schriftlichen Abiturprüfung 2012 entnommen (vgl. PH12_x_L_HT_02_GG_A/L).

Für den Aufbau des Demonstrationsexperiments werden die folgenden Materialien benötigt:

- Mikrowellensender und -empfänger
- zwei Metallplatten
- Glasplatte als Strahlteiler
- Voltmeter
- Lineal
- Stativmaterial

Der Aufbau erfolgt gemäß Abbildung 1 der Aufgabenstellung.

Das Demonstrationsexperiment bezieht sich auf die Teilaufgaben 1.1 und 1.2. Hierfür ist den Schülerinnen und Schülern das Auftreten der Maxima und Minima der Empfänger-Spannung beim Verschieben einer der beiden Metallplatten zu zeigen. Die Aufgaben aus Teil 2 der Klausur sind nicht Gegenstand des Demonstrationsexperiments.

Das Demonstrationsexperiment wird zu Beginn der Klausur gezeigt. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten dann die Aufgabe mit dem mitgelieferten Datenmaterial.

Experiment von Michelson & Morley und Relativität von Raum und Zeit

Teilaufgabe 1: Das Michelson Interferometer

Mikrowellen werden mit Hilfe eines Michelson-Interferometers untersucht. Das Michelson-Interferometer besteht aus dem Mikrowellensender und dem Mikrowellenempfänger sowie aus zwei Metallplatten und einer Glasplatte (siehe Abbildung 1).

Beim Verschieben der Metallplatte B und gleichzeitigem Festhalten der Metallplatte A treten Maxima und Minima der Empfänger-Spannung auf.

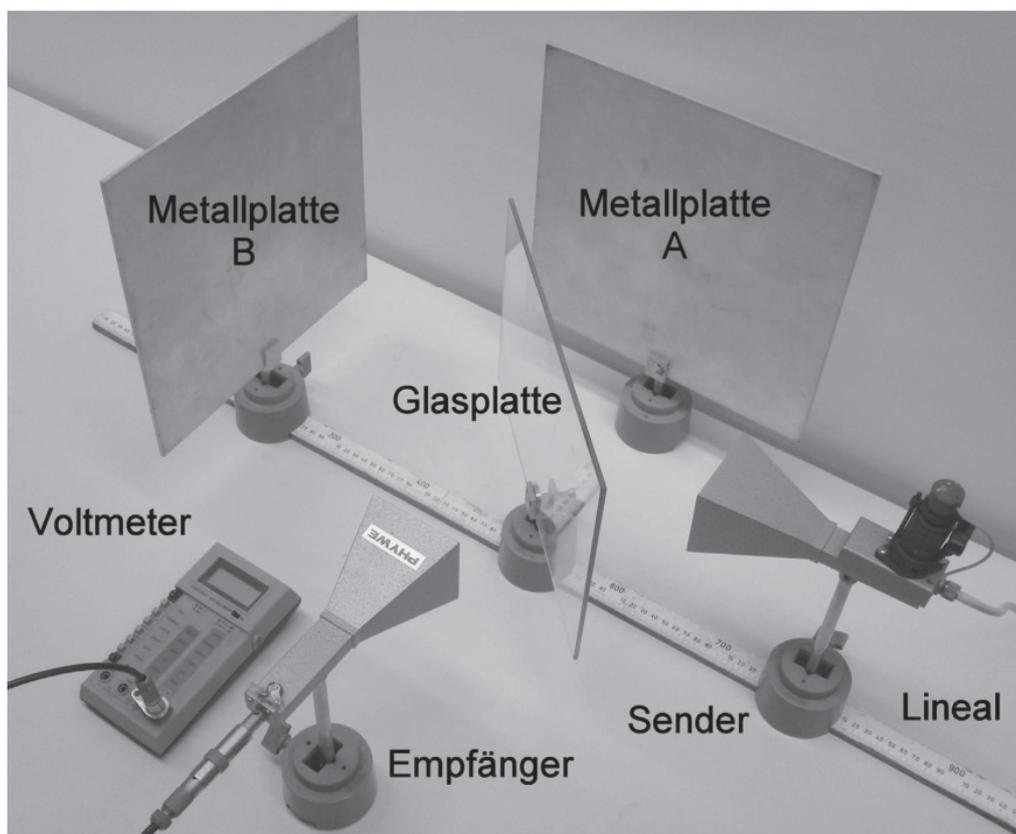
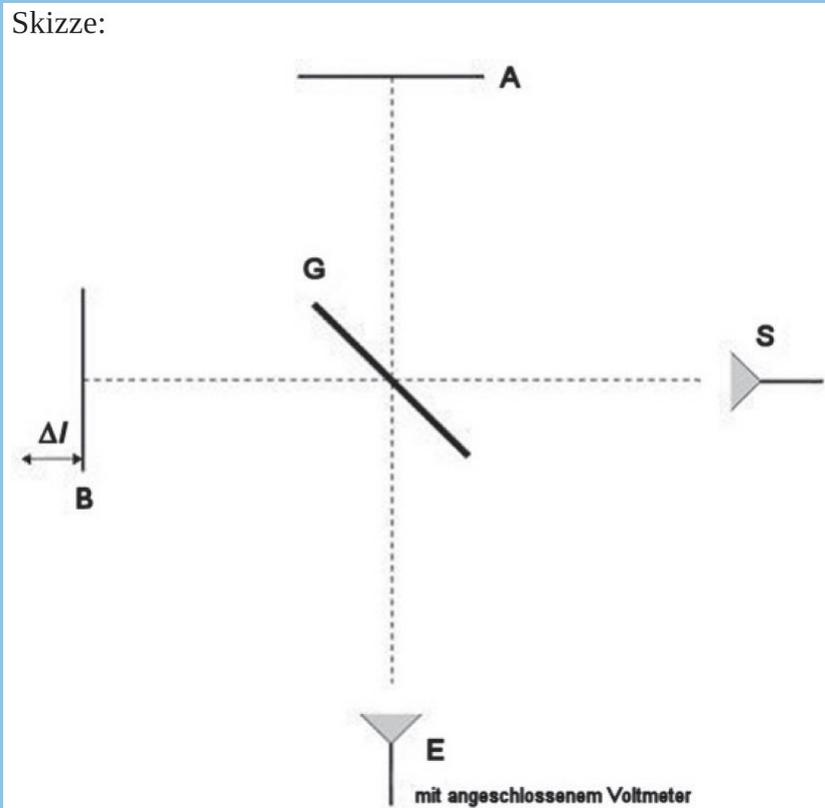


Abbildung 1: Das Michelson Interferometer mit Mikrowellen

1.1 Skizzieren Sie den schematischen Aufbau eines Michelson Interferometers.

Erläutern Sie das periodische Auftreten von Maxima und Minima der Empfänger-Spannung.

Begründen Sie, warum (ausgehend von einem Maximum als Startpunkt) eine Verschiebung der Metallplatte B um $\Delta l = \frac{\lambda}{4}$ ein Minimum der Empfänger-Spannung zur Folge hat und warum die Verschiebung um $\Delta l = \frac{\lambda}{2}$ zu einem neuen Maximum der Empfänger-Spannung führt. werden kann.



Gemäß obiger Skizze gelangen die Mikrowellen entweder über den Weg GAGE oder GBGE zum Empfänger mit angeschlossenem Voltmeter, das die Spannung U anzeigt.

Wird die Metallplatte B um die Strecke Δl verschoben, so treten abwechselnd Maxima und Minima der Empfänger-Spannung auf.

Durch Verschieben der Metallplatte B um eine Strecke Δl wird der Gangunterschied der am Empfänger eintreffenden Wellen verändert. Ist der Gangunterschied Δs ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge, so verstärken sich die Wellen gegenseitig (konstruktive Interferenz). Ist der Gangunterschied Δs ein ungerades ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge, so löschen sich die Wellen gegenseitig aus (destruktive Interferenz).

Eine Verschiebung um Δl verändert den Gangunterschied Δs um $2 \cdot \Delta l$, da die Mikrowellen die Strecke Δl zweimal durchlaufen.

Annahme: Das Michelson-Interferometer ist so eingestellt, dass ein Maximum der Empfänger-Spannung gemessen werden kann.

Wird die Metallplatte dann um $\Delta l = \frac{\lambda}{4}$ verschoben, ändert sich der Gangunterschied Δs um

$\frac{\lambda}{2}$, und die am Empfänger eintreffenden Wellen löschen sich gegenseitig aus (destruktive

Interferenz). Wird die Metallplatte B jedoch um $\Delta l = \frac{\lambda}{2}$ verschoben, ändert sich der

Gangunterschied Δs um λ und die am Empfänger eintreffenden Wellen verstärken sich gegenseitig (konstruktive Interferenz).

1.2 Im Diagramm in Abbildung 2 sind die Werte für die Strecke Δl (um die die Metallplatte B nach außen, also von der Glasplatte weg, verschoben wurde) und die jeweilige Empfänger-Spannung U dargestellt.

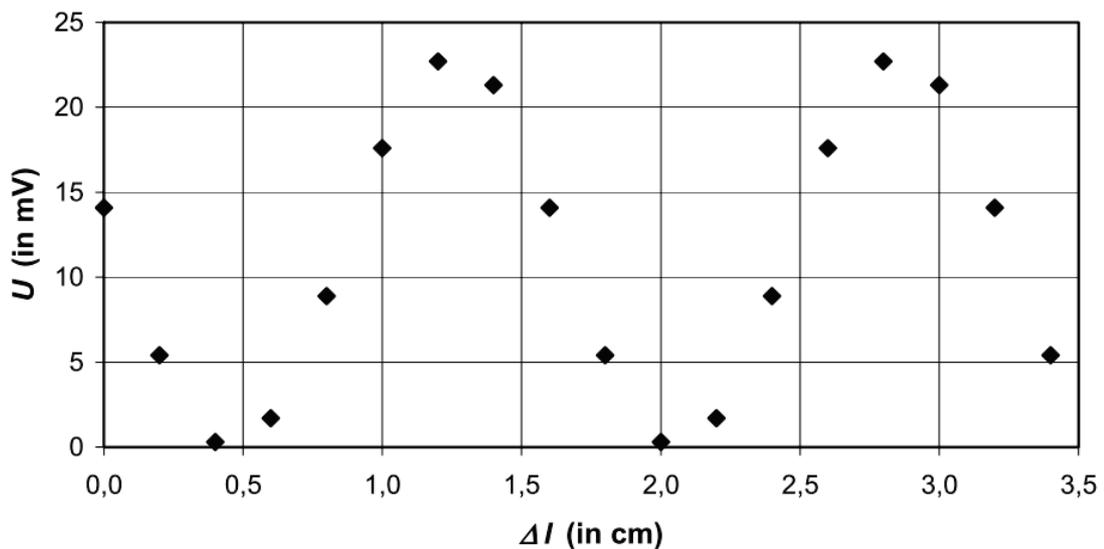


Abbildung 2: Messungen am Michelson-Interferometer

Bestimmen Sie anhand des Diagramms die Wellenlänge λ und die Frequenz f der Mikrowellen.

In Teilaufgabe 1.1 wird vorgegeben, dass die Maxima der Empfänger-Spannung auftreten, wenn die Metallplatte B (ausgehend von einem Maximum als Startpunkt) um die Strecke $\Delta l = \frac{\lambda}{2}$ verschoben wird. Alternativ gilt dieser Sachverhalt natürlich analog auch für die Minima der Empfänger-Spannung.

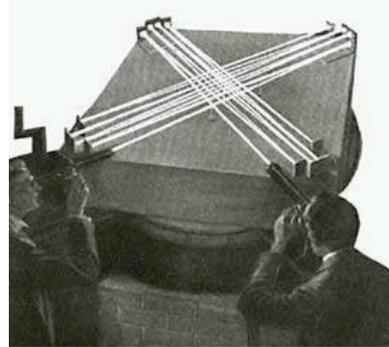
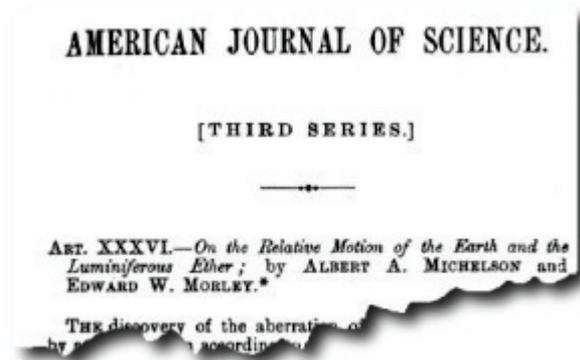
Anhand des Diagramms kann damit die Wellenlänge der Mikrowellen bestimmt werden. Hierfür müssen die Abstände der Spannungsmaxima bzw. -minima ausgemessen werden. Die Wellenlänge ist dann das Doppelte dieses Abstands. Es ergibt sich folgender Wert:

$$\Delta l \approx 1,6 \text{ cm} \quad , \text{ also } \lambda = 2 \cdot \Delta l \approx 3,2 \text{ cm} \quad .$$

Die Frequenz erhält man daraus mit Hilfe der Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

durch die Gleichung $f = \frac{c}{\lambda} \approx 9,4 \text{ GHz} \quad .$

Teilaufgabe 2: Relativität von Raum und Zeit



- 2.1 Michelson und Morley nutzten das Interferometerexperiment als Versuch, einen Äther als lichttragendes Medium nachzuweisen.

Erläutern Sie, wie Michelson und Morley mit Hilfe des Experiments den Äther nachweisen wollten.

Michelson und Morley nahmen an, dass auch das Licht an irgendeine Form von Medium gebunden ist, das offensichtlich unsichtbar ist. Dieses Medium wurde Lichtäther genannt. Es wurde angenommen, dass sich der Äther selbst in absoluter Ruhe befindet und sich jeder Körper, also auch die Erde, mit einer bestimmten Geschwindigkeit relativ dazu bewegt. Andererseits nahmen Michelson und Moreley an, dass die Geschwindigkeit eines Lichtsignals (wie z.B. auch die Flugzeuggeschwindigkeit bei Wind) von der Bewegungsrichtung durch den Äther abhängt.

Die Idee hinter dem drehbaren Interferometer war somit die Folgende: Die Geschwindigkeit des Lichtes wird in zwei verschiedene Richtungen gemessen, einmal in Bewegungsrichtung der Erde und einmal senkrecht dazu und miteinander verglichen. Das Licht, das sich in Richtung der Erdbewegung hin und zurück bewegt, müsste langsamer sein, als das, das senkrecht dazu bewegt wird. Durch die experimentell bestätigten unterschiedlichen Lichtgeschwindigkeiten wäre demnach ein Äther nachgewiesen.

2.2 Bei einer Messreihe zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit verwendeten Michelson und Morley eine Laufstrecke $2l$ von 22 m. Abhängig von der Ausbreitungsrichtung des Lichts relativ zur Erdbewegung ($v_{Erde} = 3 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$) ergeben sich folgende Laufzeiten für das Licht:

$$t_{\perp} = \frac{2l}{c} \quad \text{bzw.} \quad t_{\parallel} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} .$$

Bestimmen Sie die Zeiten t_{\perp} und t_{\parallel} , welche das Licht ($c_{Luft} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$) -unter der Annahme eines Äthers- zum Zurücklegen der Strecke $2l$ benötigt.

Aus etwa 1600 Messungen erhielt Michelson das Resultat $c = 299796 \pm 4 \text{ km/s}$.

Diskutieren Sie, ob dieses Ergebnis genau genug ist, um die Laufzeitdifferenz zwischen t_{\perp} und t_{\parallel} nachweisen zu können.

Für die Laufzeiten t_{\perp} und t_{\parallel} folgt (unter der Annahme, dass die Größen l , v_{Erde} und c_{Luft} fehlerfrei sind):

$$t_{\perp} = \frac{2l}{c} = \frac{22}{3 \cdot 10^8} \text{ s} = 73, \bar{3} \text{ ns}$$

und

$$t_{\parallel} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{22}{3 \cdot 10^8} \cdot \frac{1}{1 - \frac{(3 \cdot 10^4)^2}{(3 \cdot 10^8)^2}} \text{ s} = 73,33333407 \dots \text{ ns} .$$

Somit folgt für den zu erwartenden Laufzeitunterschied Δt :

$$\Delta t = t_{\parallel} - t_{\perp} = 7,3 \cdot 10^{-16} \text{ s} .$$

Vergleicht man den relativen Fehler der durch Michelson bestimmten Lichtgeschwindigkeit mit der benötigten relativen Messgenauigkeit der Zeiten, so erhält man:

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{4}{299796} \approx 1 \cdot 10^{-5} \gg 10^{-8} = \frac{\Delta t}{t_{\parallel}} \left(\approx \frac{\Delta t}{t_{\perp}} \right)$$

Der von Michelson experimentell ermittelte Wert für die Lichtgeschwindigkeit war somit noch immer um einen Faktor 1000 zu ungenau bestimmt, um überhaupt theoretisch einen Äther nachweisen zu können.

- 2.3 Das Experiment lieferte ein Nullergebnis. Ein Äther war mit diesem Experiment nicht nachweisbar. Albert Einstein hat das Ergebnis des Michelson-Morley-Experiments auf revolutionäre Art interpretiert:

„[...] Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem **Begriffe der absoluten Ruhe** nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche Voraussetzung einführen, daß sich das Licht im leeren Raume stets mit einer bestimmten, vom Bewegungszustande des emittierenden Körpers unabhängigen Geschwindigkeit v fortpflanze. Diese beiden Voraussetzungen genügen, um zu einer einfachen und widerspruchsfreien Elektrodynamik bewegter Körper zu gelangen unter Zugrundelegung der Maxwellschen Theorie für ruhende Körper. Die Einführung eines „Lichtäthers“ wird sich insofern als überflüssig erweisen, als nach der zu entwickelnden Auffassung weder ein mit besonderen Eigenschaften ausgestatteter „absolut ruhender Raum“ eingeführt, noch einem Punkte des leeren Raumes, in welchem elektromagnetische Prozesse stattfinden, ein Geschwindigkeitsvektor zugeordnet wird. [...]“

Einstein, Albert. 'Zur Elektrodynamik bewegter Körper'. *Annalen der Physik*, 17 (1905)

Geben Sie die zwei Prinzipien an, welche Albert Einstein aus dem Versuchsergebnis abgeleitet hat und markieren Sie die entsprechenden Stellen im Originaltext.

(Anmerkung: Es reicht nicht nur ein Schlagwort, d.h. jedes Prinzip soll in 1-2 Sätzen zusammengefasst werden.)

Invarianzprinzip

In allen Inertialsystemen breitet sich Licht im Vakuum isotrop und unabhängig von der momentanen Bewegung der Lichtquelle mit der gleichen Geschwindigkeit aus.

Relativitätsprinzip

Alle Inertialsysteme sind zur Beschreibung von Naturvorgängen gleichberechtigt. Die Naturgesetze haben in allen Inertialsystemen die gleiche Form.

Markierungen im Originaltext siehe oben.

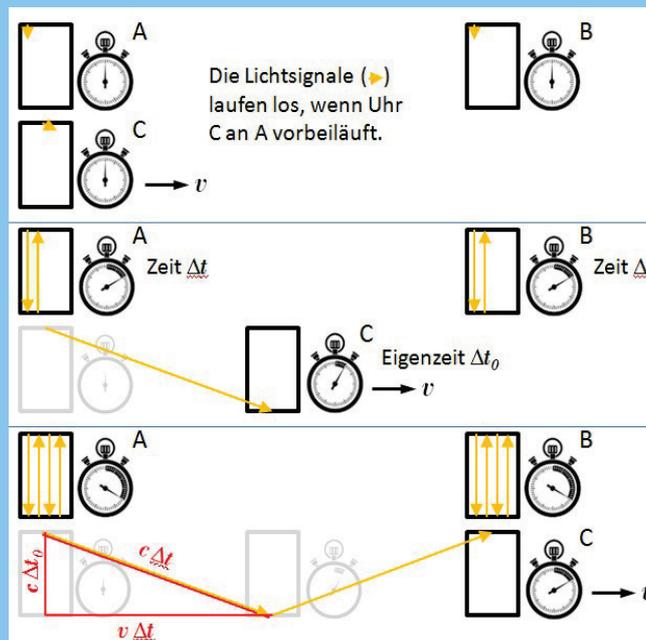
2.4 Auf den zwei Grundprinzipien (vgl. 2.3) basiert die Relativitätstheorie von Albert Einstein. Ein wesentliches Ergebnis der speziellen Relativitätstheorie ist die Zeitdilatation.

Zeigen Sie begründet und mit Hilfe einer instruktiven Skizze, dass folgender Zusammenhang zwischen der Zeitspanne Δt_0 im bewegten System und Δt im Ruhesystem gilt:

$$\Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad , \text{ wobei } \begin{array}{l} v: \text{ Relativgeschwindigkeit} \\ c: \text{ Lichtgeschwindigkeit.} \end{array}$$

Lösungsansatz vgl. Metzler Physik, Qualifikationsphase Grundkurs NRW, Schroedel, 2015

Es werden drei Lichtuhren eingesetzt. Zwei Uhren A und B ruhen in einem Inertialsystem I und gehen synchron. Die dritte Uhr C bewegt sich mit der Geschwindigkeit v an den Uhren A und B vorbei. Beim Passieren von A wird die Uhr C gestartet. Es soll die Zeitspanne ermittelt werden, die vergeht, während C von A nach B läuft.



In der obigen Abbildung ist ein rechtwinkeliges Dreieck gezeichnet, welches die folgenden Seitenlängen hat: Während einer bestimmten Zeit Δt bewegt sich aus Sicht der Uhren A und B die Uhr C mit der Geschwindigkeit v um die horizontale Kathete $v \cdot \Delta t$ nach rechts. Währenddessen läuft ein Lichtimpuls die schräge Hypotenuse $c \cdot \Delta t$ hinab. Die Uhr C bemerkt davon nichts. Für sie legt währenddessen der Lichtimpuls in der Eigenzeit Δt_0 die senkrechte Kathete $c \cdot \Delta t_0$ zurück. Mit dem Satz des Pythagoras folgt:

$$(v \cdot \Delta t)^2 + (c \cdot \Delta t_0)^2 = (c \cdot \Delta t)^2$$

Auflösen der Gleichung nach Δt_0 ergibt die Behauptungen

$$\Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} .$$

- 2.5 Myonen entstehen in ca. 10 km Höhe durch Reaktionen der kosmischen Strahlung mit Atomkernen und Molekülen der Atmosphäre. Ruhende Myonen haben eine mittlere Lebensdauer von ca. $t = 2,2\mu\text{s}$ und eine Geschwindigkeit von ca. $v = 0,9998 \cdot c$.

Berechnen Sie klassisch, wie weit ein Myon fliegen kann, bevor es im Mittel zerfällt.

Klassisch gilt:

$$s = v \cdot t = 0,9998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 660 \text{ m}$$

Die Myonen fliegen nach klassischer Rechnung im Mittel ca. 660 m weit.

Tatsächlich können Myonen auf der Erdoberfläche nachgewiesen werden. Dieses Ergebnis steht im Widerspruch zu obiger Rechnung. Dieser kann aber mit einer relativistischen Betrachtung des Problems aufgelöst werden.

Bestimmen Sie unter Berücksichtigung der speziellen Relativitätstheorie die mittlere Lebensdauer der Myonen, welche man von der Erde aus beobachtet und erklären Sie, wie sich hiermit der obige Widerspruch auflösen lässt.

Aus der in 2.4 gegebenen Formel für die Zeitdilatation folgt:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Hierbei ist $\Delta t_0 = 2,2 \mu\text{s}$ die „Eigenzeit“ der bewegten Myonen und Δt die gesuchte beobachtete mittlere Lebensdauer in dem ruhenden System „Erde“.

Mit den gegebenen Werten folgt:

$$\Delta t = \frac{2,2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 - 0,9998^2}} \text{ s} = 110 \mu\text{s}$$

Ein ruhender Betrachter auf der Erde beobachtet also, dass die Myonen im Mittel eine Strecke von $s = v \cdot \Delta t = 0,9998 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 110 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 33 \text{ km}$ zurücklegen. Somit sind die Myonen ohne Probleme auf der Erdoberfläche nachweisbar.

- 2.6 In Aufgabenteil 2.5 wurden die Myonen im Inertialsystem „Erde“ betrachtet. Nach dem Relativitätsprinzip kann man die Beobachtungen jedoch auch aus dem Ruhesystem der Myonen betrachten. Wie können jetzt die Myonen auf die Erdoberfläche gelangen, da die mittlere Lebensdauer in ihrem Ruhesystem nur $2,2 \mu\text{s}$ beträgt?

Diskutieren Sie die Widerspruchsfreiheit der experimentellen Ergebnisse auch aus Sicht der Myonen.

Die Myonen können die Erdoberfläche nur erreichen, wenn sie in der ihnen gegebenen Zeit eine kürzere Strecke durchfliegen müssen. Diesen Effekt nennt man Längenkontraktion:

„Bewegt sich ein Körper mit der Geschwindigkeit v , so ist seine Länge l in Bewegungsrichtung verkürzt im Vergleich zu der am ruhenden Körper gemessenen Eigenlänge l_0 .“

Zeitdilatation und Längenkontraktion sind komplementäre Effekte, deren Anwendung vom Bezugssystem abhängt, von dem der Vorgang betrachtet wird.