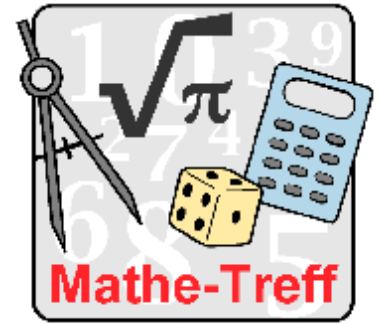


www.mathe-treff.de

**Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben
für die Klassen 9 und 10 (Sekundarstufe I)
Januar bis März 2021**



© Bezirksregierung Düsseldorf

Aufgabe 1

Magie mit Quadratzahlen

Wir wählen die Quadratzahlen 4 und 9 als Beispiel.

$$(4+9-1)/2-4=2$$

$$(9+16-1)/2-9=3$$

$$(16+25-1)/2-16=4$$

Das Ergebnis ist vermutlich die Wurzel der kleineren Quadratzahl.

Wir nehmen dies an und setzen in die Gleichung ein, wobei a die Wurzel der kleineren Quadratzahl und b die Wurzel der Größeren ist.

$$(a^2+b^2-1)/2-a^2=a \quad |*2$$

$$a^2+b^2-1-2a^2=2a$$

$$-a^2+b^2-1=2a \quad |+a^2+1$$

$$b^2=2a+a^2+1$$

$$b^2=(a+1)^2$$

Da die Gleichung nach Äquivalenzumformungen zutrifft, wurde die Annahme, dass das Ergebnis der Formel die Wurzel der kleineren Quadratzahl ist, bestätigt.

Aufgabe 2

Osterhasenversammlung

Im Folgenden wird das Alter der Hasen mit dem Anfangsbuchstaben der Hasen abgekürzt. Aus dem Text entnehmen wir folgende Aussagen:

(1) $R < H$

(2) $L > K$

(3) $R > I$

(4) $H > L$

(5) $R > K$

(6) $H > I$

(7) $L > R$

(8) $I < K$

(9) $I < L$

(10) $K < H$.

Aus (8), (5), (7) und (4) folgt, $I < K < R < L < H$.

Also ist Inga die Jüngste, gefolgt von Kevin und Ruben. Lena ist älter als Ruben und jünger als Hans.

Aufgabe 3

Krokusse

Wir bezeichnen den Schnittpunkt der Diagonalen des Vierecks ABCD als M. Damit gelten die Voraussetzungen $|AC|=|BD|$, $|AM|=|MC|$ und $|BM|=|MD|$.

Nach dem Kongruenzsatz SWS sind sowohl die Dreiecke $\triangle ABM$ und $\triangle DMC$ als auch die Dreiecke $\triangle DAM$ und $\triangle MBC$ gleichschenkelig und zueinander kongruent, da die Winkel $\sphericalangle BMA$ und $\sphericalangle DMC$ sowie Winkel $\sphericalangle CMB$ und $\sphericalangle AMD$ Wechselwinkel sind. Daher gilt für die Winkel $\sphericalangle MAB = \sphericalangle ABM = \sphericalangle MCD = \sphericalangle CDM$ und $\sphericalangle DAM = \sphericalangle MDA = \sphericalangle MBC = \sphericalangle BCM$. Da α, β, γ , und δ aus jeweils einem Winkel der beiden Gruppen besteht, wie z. B. $\alpha = \sphericalangle DAM + \sphericalangle MAB$, gilt $\alpha = \beta = \gamma = \delta$. Durch die Winkelsumme im Rechteck von 360° sind alle Winkel des Vierecks 90° groß, somit ist das Viereck ein Rechteck.