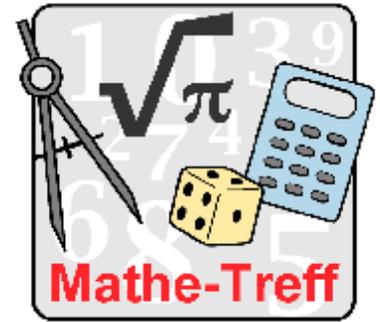


[www.mathe-treff.de](http://www.mathe-treff.de)

**Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben  
für die Oberstufe**

**Januar bis März 2021**



© Bezirksregierung Düsseldorf

### Aufgabe 1

#### Und noch eine Magie mit Quadratzahlen

$x$ ,  $x+1$ ,  $x+2$  und  $x+3$  sind vier aufeinanderfolgenden Zahlen.

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1$$

$$=x^4+6x^3+11x^2+6x+1$$

$$=(x^2+3x)^2+2(x^2+3x)+1$$

$$=(x^2+3x+1)^2.$$

Somit ist die Aussage richtig, dass die Formel immer eine Quadratzahl ergibt.

### Aufgabe 2

#### Osterhasentreffen

Sei  $x$  die größte Teilnahmenummer so gilt nach der Gaußschen Summenformel:

$$x(x+1)/2-(x-99)(x-100)/2=1\ 000\ 050$$

$$x=10050.$$

Die kleinste Teilnahmenummer ist somit 9951 und die höchste 10050.

### Aufgabe 3

#### Wurzeln, Wurzeln, Wurzeln

$$\sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}=0,5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3-x}=\frac{1}{2}+\sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow 3-x=\left(\frac{1}{2}+\sqrt{x+1}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 3-x=\frac{1}{4}+\sqrt{x+1}+x+1$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{4}-2x=\sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow 4x^2-7x+\frac{49}{16}=x+1$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-8x+\frac{33}{16}=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x+\frac{33}{64}=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x+1=\frac{31}{64}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2=\frac{31}{64}$$

$$\Rightarrow x=1+\frac{\sqrt{31}}{8} \vee x=1-\frac{\sqrt{31}}{8}$$

Proben: Es ist

$$\sqrt{3 - \left(1 - \frac{\sqrt{31}}{8}\right)} - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{31}}{8} + 1} = \sqrt{2 + \frac{\sqrt{31}}{8}} - \sqrt{2 - \frac{\sqrt{31}}{8}} = 0,5$$

aber

$$\sqrt{3 - \left(1 + \frac{\sqrt{31}}{8}\right)} - \sqrt{1 + \frac{\sqrt{31}}{8} + 1} = \sqrt{2 - \frac{\sqrt{31}}{8}} - \sqrt{2 + \frac{\sqrt{31}}{8}} = -0,5$$

Damit ist nur  $x = 1 - \frac{\sqrt{31}}{8}$  eine Lösung,  $x = 1 + \frac{\sqrt{31}}{8}$  ist keine Lösung der Gleichung. Sie ist Karlas Scheinlösung und entsteht dadurch, dass nicht alle obigen Umformungen Äquivalenzumformungen sind.