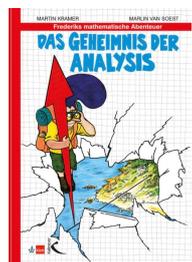


# Die Analysis als Comic?!

## Ein Buchtipps und eine Umsetzungsidee für den Unterricht



Martin Kramer (Text), Marlin van Soest (Illustration):  
Frederiks mathematische Abenteuer. Das Geheimnis der Analysis, Friedrich Verlag, 1. Aufl. Seelze 2016

<https://www.friedrich-verlag.de/shop/frederiks-mathematische-abenteuer-31076>

Der Comic von Martin Kramer und Marlin van Soest ist das Produkt der Zusammenarbeit eines Mathematikers und eines Geschichtenerzählers bzw. eines Mathematiklehrers und seines Schülers, der Illustrator geworden ist. Das Buch entstand somit genau aus der Reibung dieser beiden Perspektiven. Der Comic ist und soll kein Mathematikbuch sein, er sammelt nicht allein fachwissenschaftliche Inhalte, sondern er erzählt auch und vorrangig eine Geschichte, in der die Mathematik geschickt eingebettet ist. Er haucht der Fachlichkeit Leben ein, indem er auf unterhaltsame Art und Weise von einem etwas tollpatschigen Kerl erzählt, dem auf seinem Weg immer wieder die Mathematik begegnet. Laut den beiden Autoren ist ihr erstes Ziel zu unterhalten. Dabei bedeutet Unterhaltung „jedoch kein passiver Konsum. Gute Unterhaltung regt an, vermittelt etwas, hält wach, lebendig und angespannt. Die Story ist das Gefäß des Inhalts.“ (Kramer/ van Soest) Die beiden Autoren wollen es damit besser machen als die „platten und einfalllosen Geschichten“ in den meisten Mathematikbüchern. Und dies gelingt ihnen auf eine wirklich spannende und vor allem sehr unterhaltsame Weise. In acht Abenteuergeschichten erlebt der Leser zusammen mit dem sympathischen (Anti-)Helden Frederik eine kompakte Einführung in die Grundlagen der Analysis: So geht es im ersten Kapitel darum, was eigentlich eine Funktion ist. Es folgen ein Unfall beim Drachenfliegen (Null- und Schnittstellen),  $\pi$ raten und

ein Hai (Sinusfunktion), die Null unterm Strich (Zahlbereichserweiterung und gebrochenrationale Funktionen), Frederiks unerreichbare Liebe (der Limes als Grenzwert), wie Frederik seinen Führerschein verlor (Steigung und momentane Änderungsrate), Skifahren im Dunkeln (Lokale Extrema) und Frederik geht Baden (Die Integralrechnung). Anhand der relativ kurzen Kapitel erhält man jeweils einen sehr anschaulichen Einblick in die betreffenden Inhalte der Oberstufenanalysis.

### Umsetzung im Unterricht

Als von dem Comic begeisterte Mathematiklehrkraft fragt man sich aber nun:  
Wie kann ich den Comic denn in meinem Unterricht einsetzen?

Dieser Frage sind auch die beiden Autoren nachgegangen und haben einen Artikel (siehe Literatur unten) dazu verfasst. In dem Artikel stellen sie zwei Beispiele vor. Das eine Beispiel ist sender- bzw. -lehrerorientiert und das andere ist empfänger- bzw. schülerorientiert.

Da ich mir die Frage auch gestellt habe, möchte ich nun ein weiteres Beispiel für eine mögliche Umsetzung im Unterricht vorstellen. Frederik und seine Reise durch Analysien begleitet die Schülerinnen und Schüler unserer Schule schon seit Beginn der Einführungsphase. Er hat ihnen dabei geholfen sich noch einmal genauer mit Funktionen auseinanderzusetzen und auch die Null- und Schnittstellen von Funktionen auf anschauliche Art und Weise zu wiederholen. Außerdem haben sie mit Frederiks Hilfe den Unterschied der durchschnittlichen und momentanen Änderungsrate, sowie die Steigung und lokale Extremstellen kennen und verstehen gelernt. Dabei hat die immer wieder kehrende und weitererzählte Geschichte über den Anti-Helden Frederik durch den hohen Unterhaltungswert eine

motivierende Wirkung auf die Schülerinnen und Schüler. Viele der mathematischen Konzepte bleiben durch die prägnanten Geschichten im Gedächtnis und werden auch im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe immer wieder genutzt, um darauf aufbauende Inhalte zu durchdringen und zu verstehen. Der Comic arbeitet dabei in allen Kapiteln mit einem sogenannten Verständniskern (nach Roth und vom Hofe, 2023). Laut Roth und vom Hofe ist ein Verständniskern eine prototypische Situation, an der Grundvorstellungen und ein damit verbundener Erklärungskontext zu einem mathematischen Sachverhalt ausgebildet werden. Dabei meint prototypisch, dass alle wesentlichen Strukturelemente zum mathematischen Verständnis in dieser Situation vorkommen und daran gedeutet werden können.

Auch das Kapitel „Die Integralrechnung oder Frederik geht Baden“ (S. 37 ff.) benutzt so einen Verständniskern. In dem Kapitel geht es um das Zufließen und Abfließen von Badewasser. Im Comic wird beschrieben, wie Frederik müde und erschöpft nach Hause kommt und sich auf ein Bad freut: *In die leere Badewanne lässt er 10 Minuten lang 30 Liter pro Minute heißes Wasser konstant einfließen. Nach 10 Minuten merkt er allerdings, dass das Wasser viel zu heiß ist und lässt daraufhin 5 Minuten lang 10 Liter pro Minute konstant kaltes Wasser zulaufen. Die nun in der Badewanne befindliche Wassermenge ist leider viel zu viel, so dass das Wasser überlaufen würde, würde Frederik so in die Wanne steigen. Also zieht er für kurze Zeit den Stöpsel aus der Wanne. Das Wasser fließt 2 Minuten lang mit einer konstanten Abflussgeschwindigkeit von 40 Litern pro Minute ab.*

Frederiks Bade-Geschichte ist eine einfache und den Schülerinnen und Schülern aus ihrer eigenen Realität durchaus bekannte Situation, die leicht durchschaut und nachvollzogen werden kann. Um diese Situation inhaltlich und mathematisch zu erfassen, müssen Lernende über die schon angelegte Grundvorstellung „Änderungsverhalten von Funktionen“ verfügen. Diese hilft zu überlegen, dass bei einem Zufluss von z.B. 30 Litern pro Minute nach 10 Minuten 300 Liter Wasser in der Wanne ist.

Ich habe die Geschichte an einer bestimmten Stelle unterbrochen und stattdessen einen Graphen eingefügt, der den Zufluss in Liter pro Minute in Abhängigkeit von der Zeit darstellt, und zwar sowohl den Teil der Geschichte, den die Schülerinnen und Schüler durch den Comic schon miterlebt haben, als auch den Teil, der danach geschieht. Die erste Teilaufgabe schließt genau daran an und fordert die Lernenden auf Geschichte und Graph bewusst miteinander zu verbinden (vgl. Material). In der Geschichte geht es aber nicht allein um das Zufließen und Abfließen von Wasser, sondern immer auch um die Wassermenge, die sich in der Wanne befindet, wenn z.B. zu viel Wasser in der Wanne ist und erst einmal der Stöpsel gezogen werden muss, damit Wasser wieder abfließen kann. Mit Hilfe der anschließenden Aufgaben (vgl. Material) lassen sich somit sowohl die Grundvorstellung „Integrieren als Rekonstruieren des Gesamteffekts“ anbahnen, als auch die Grundvorstellung „Integrieren als Bestimmen eines orientierten Flächeninhalts“ ausbilden.

In der anschließenden Sicherung können dann gezielt diese Grundvorstellungen herausgearbeitet und mathematisiert werden. In der gesamten Unterrichtsreihe kann der durch den Comic eingeführte Kontext immer wieder aufgegriffen und vertieft werden, so dass sich Frederiks Geschichte wie ein roter Faden durch die Reihe ziehen kann.

(CZE)

### Literatur:

Martin Kramer & Marlin van Soest: **Frederiks mathematische Abenteuer: Das Geheimnis der Analysis „Wie kann der Mathecomic im Unterricht umgesetzt werden?“**  
Unter: <https://www.unterricht-als-abenteuer.de/downloads.html> (aufgerufen am 26.02.2023)

Jürgen Roth / Rudolf vom Hofe (2023):  
Verständnisvoll lernen. Grundvorstellungen vernetzen und Verständniskern nutzen. In: *mathematik lehren* 236, Friedrich Verlag, S. 8ff.



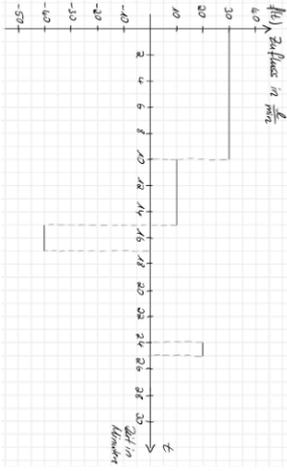
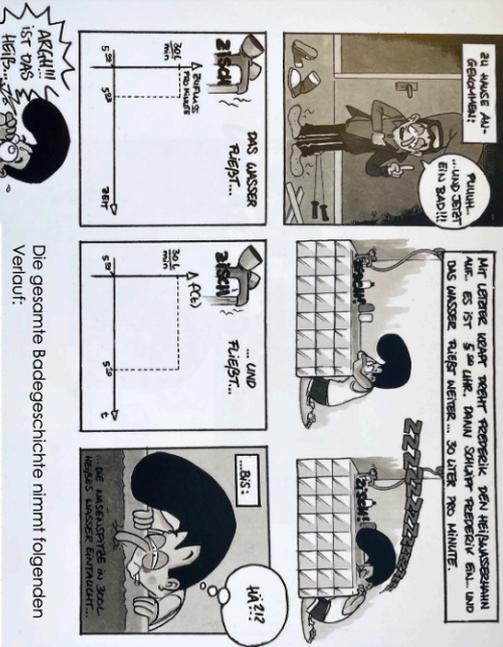
# Material:

© 2016 Friedrich Verlag GmbH, Hannover

Integralrechnung

## Frederik geht Baden

Frederik kommt nach seiner langen und anstrengenden Ski-Wanderung erschöpft zu Hause an:



© 2016 Friedrich Verlag GmbH, Hannover

Integralrechnung

## Arbeitsaufträge:

- 1) Erzählen Sie auf Grundlage des abgebildeten Graphen Frederiks Badegeschichte weiter.
- 2) Tauchen wir nun noch etwas tiefer in die mathematische Analyse dieser Geschichte ein:  
Geben Sie ohne Rechnung den Zeitpunkt an, zu dem die Wassermenge in der Badewanne am größten ist. Begründen Sie Ihre Angabe.
- 3) Erstellen Sie eine Tabelle mit der Füllmenge (dem „Bestand“) der Badewanne nach 5, 10, 15, 17, ... Minuten. Veranschaulichen Sie die einzelnen Wassermengen in dem oben abgebildeten Graphen und erläutern Sie, wie Sie die Wassermengen bestimmt haben.
- 4) Zeichnen Sie einen Graphen, der die Füllmenge in Abhängigkeit von der Zeit darstellt. Vergleichen Sie diesen Graphen mit dem oben abgebildeten Graphen. Beschreiben und erläutern Sie, was Ihnen dabei auffällt.

© 2016 Friedrich Verlag GmbH, Hannover

