www.mathe-treff.de

Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben
für die Klassen 7 und 8
Juli bis September 2023

Aufgabe 1

Das Apfelproblem

Der Fürst von Berg erhält 53 Äpfel.

Bezeichnet man den Start an Herr Hubers Hof mit S, das Ziel in Altenberg mit Z und nennt die beiden Höfe der Verwandten P_1 und P_2 so ergibt sich der folgende Transport:

1. 100 Äpfel aufladen, 20 km zu P_1 marschieren, dort 60 Äpfel abladen und zu S zurückkehren.
2. Nochmals dasselbe wie bei 1.
3. Bei S 100 Äpfel aufladen, 20 km zu P_1 marschieren, dort 20 Äpfel aufladen.
4. Von P_1 33 km zu P_2 marschieren, dort 34 Äpfel abladen und zu P_1 zurückkehren.
5. Bei P_1 die restlichen 100 Äpfel aufladen, zu P_2 marschieren und dort 33 Äpfel aufladen. Weil der Esel bisher so gut gearbeitet hat, darf es hier zusätzlich den 'Restapfel' essen!
6. Von P_2 47 km zum Ziel Z marschieren und dem Fürsten 53 Äpfel übergeben.

Aufgabe 2

Blind ziehen und überlegen

© Tobias Rüßmann, Mathematik-Treff

Man muss nur eine Kugel aus der mit BG beschrifteten Urne nehmen.

1. Fall:

Ist die Kugel blau, so befinden sich in dieser Urne die beiden blauen, in der mit BB beschilderten Urne die beiden gelben Kugeln und folglich in der mit GG angeschriebenen Urne eine blaue und eine gelbe Kugel.

2. Fall:

Ist die gezogene Kugel gelb, so befinden sich in dieser Urne die beiden gelben, in der mit GG beschilderten Urne die beiden blauen Kugeln und folglich in der mit BB angeschriebenen Urne eine gelbe und eine blaue Kugel.

Aufgabe 3

Königswanderung

Die Gitterpunkte eines Koordinatensystems beschreiben die Felder des Schachbretts und die Startposition des König sei der Koordinatenursprung.

a) Die Endpunkte lassen sich durch folgende Punkte beschreiben:
$(0/50);(1/49);(2/48);\ldots;(50/0)$ → Dies sind **51** mögliche **Endpositionen**.

b) Folgende Richtungen sind möglich:
oben – rechts; oben – links; oben – unten; unten – rechts; unten – links; rechts – links
b.1) Für die vier Fälle oben – rechts; oben – links; unten – rechts; unten – links folgt aus Aufgabenteil a), dass jeweils 51 Endpositionen möglich sind.
Da die Endpunkte (0/50); (50/0);(0/-50); (-50/0) jeweils doppelt vorkommen, ergeben sich $4 \cdot 51 - 4 = 200$ mögliche Endpositionen.
b.2) Für die beiden Fälle oben – unten; rechts – links kommen weitere Punkte auf der x-Achse bzw. y-Achse hinzu. Da der König eine gerade Anzahl an Zügen ausführt, kann nur jedes zweite Feld vom Ursprung aus ein Endfeld sein. Es kommen also nur die Felder (-50/0);(-48/0); (-46/0):…;(48/0);(50/0) und (0/-50); (0/-48);(0/-46);…(0/48);(0/50) als Endfelder in Frage.
Dies sind jeweils noch einmal 51 weitere mögliche Endfelder. Da die Endfelder (0/50); (50/0);(0/-50); (-50/0) bereits vorkommen und das Endfeld (0/0) doppelt vorliegt, kommen noch einmal $2 \cdot 51 - 4 - 1 = 97$ Endfelder hinzu.
Es sind also insgesamt **297 Endfelder** möglich.

c) Da der König eine gerade Anzahl an Zügen ausführt, sind als Endfelder nur die Felder (a/b) möglich, mit a+b ist gerade und a+b ≤ 50 .
Systematisches Zählen von Innen nach Außen liefert als Anzahl der möglichen Endfelder:
1+8+16+24+32+40+48+…+200= $1 + 12 \cdot 200 + 200 = 2601$
Wobei sich 12 Zahlenpaare zu 200 ergänzen:8+192;16+184;…