



Aufgabe 1

Holzspielzeug

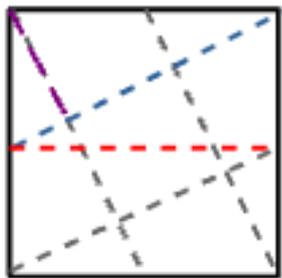
Legt man die Teile um, so ergibt sich ein halber Zylinder mit Höhe $h=2,5\text{cm}$ und Radius $r=11,5\text{cm}$. Dessen Volumen ist

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 11,5^2 \cdot 2,5 \approx 55,104 [\text{cm}^3].$$

Die Reindichte von Holz beträgt für alle Holzarten durchschnittlich etwa $1,5\text{g/cm}^3$. Daher ergibt sich ein Gewicht von $55,104 \cdot 1,5 = 82,656 [\text{g}]$ plus einige Gramm für die Farbe.

Aufgabe 2

Papier falten



© Tobias Rießmann, Mathematik-Treff

Behauptung:

Das Quadrat in der Mitte hat genau ein Fünftel des Flächeninhalts des großen Quadrats.

Beweis:

Durch die Parallelität der Faltkanten ist die Fläche in der Mitte ein Quadrat.

O.B.d.A. sei $2a$ die Kantenlänge des großen Quadrats.

Die blaue Faltkante ist die Diagonale des Rechtecks, welches durch die rote Linie entsteht und den halben Flächeninhalt $2a^2$ des großen Quadrats hat. Die beiden, durch die Diagonale, entstehenden Dreiecke haben den Flächeninhalt a^2 .

Mit dem Satz des Pythagoras ergibt sich für die blaue Linie die Länge $\sqrt{5} \cdot a$. Damit hat die lila Linie

die Länge $\frac{2 \cdot a}{\sqrt{5}}$.

Aus Symmetriegründen ist dies auch die Kantenlänge des kleinen Quadrates.

Dann ist

$$A_{\text{kl. Q.}} = \frac{4 \cdot a^2}{5}$$

und $A_{\text{gr. Q.}} = 4a^2$.

Aufgabe 3

Muschelketten

Es gibt 92 verschiedene Möglichkeiten für die Armbänder.

Im folgenden werden mit Tripeln der Art (a,b,c) betrachtet, wobei a , b und c jeweils die Anzahl der Muscheln mit drei verschiedenen Formen beschreibt.

1. Auswahl der Muscheln.

- Sind die Anzahlen der Muscheln der drei Arten verschieden, so gibt es $3!=6$ Möglichkeiten bei der Auswahl der Muscheln.
- Sind genau zwei der drei Anzahlen gleich, so gibt es 3 Möglichkeiten bei der Auswahl der Muscheln.
- Sind alle drei Anzahlen gleich (einziger Fall $(2,2,2)$), so gibt es nur eine Möglichkeit bei der Auswahl der Muscheln.

2. Anordnung der Muscheln.

2.a) Nur eine Muschelart

- $(6,0,0)$: Hier gibt es keine weiteren Permutationen. Also 3 Armbänder.

2.b) Zwei Muschelarten

- $(5,1,0)$: Hier gibt es keine weiteren Permutationen. Also $3! = 6$ Armbänder.
- $(4,2,0)$: Zu jeder der 6 Möglichkeiten der Muschelauswahl kommen je 3 weitere Permutationen hinzu. Also $6 \cdot 3 = 18$ Armbänder.
- $(3,3,0)$: Zu jeder der 3 Möglichkeiten der Muschelauswahl kommen je 3 weitere Permutationen hinzu. Also $3 \cdot 3 = 9$ Armbänder.

2.c) Drei Muschelarten

- $(4,1,1)$: Zu jeder der 3 Möglichkeiten der Muschelauswahl kommen je 3 weitere Permutationen hinzu. Also $3 \cdot 3 = 9$ Armbänder.
- $(3,2,1)$: Zu jeder der 6 Möglichkeiten der Muschelauswahl kommen je 6 weitere Permutationen hinzu. Also $6 \cdot 6 = 36$ Armbänder.
- $(2,2,2)$: Hier gibt es 11 Permutationen. Also $1 \cdot 11 = 11$ Armbänder.

Insgesamt gibt es daher $3 + 6 + 18 + 9 + 9 + 36 + 11 = \mathbf{92}$ verschiedene Armbänder.